

Ćwiczenie 5

1. Na czym polega metoda techniczna pomiaru rezystancji? Narysuj układy do jej realizacji. Metoda techniczna polega na jednoczesnym pomiarze dwóch wielkości w obwodzie: prądu i napięcia. Wyróżniamy dwa rodzaje metody technicznej:

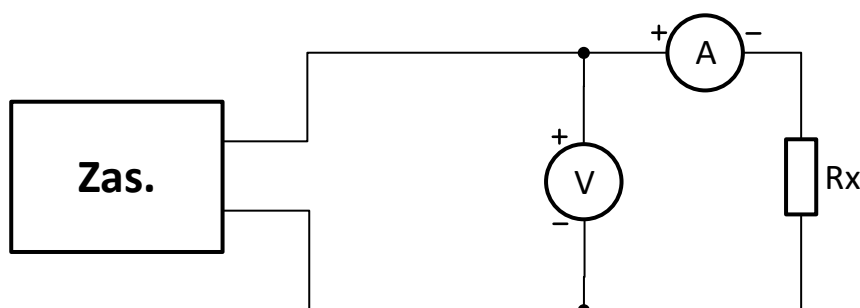
- Poprawnie mierzonego prądu
- Poprawnie mierzonego napięcia. Wybór każdej z tych metod zależy ściśle od trzech czynników: Aproxymacja mierzonej rezystancji – czy jest duża czy mała [R_x]
- Rezystancja wewnętrzna amperomierza [R_A]
- Rezystancja wewnętrzna woltomierza [R_V]

Wszystkie te trzy wartości łączą dwie zależności:

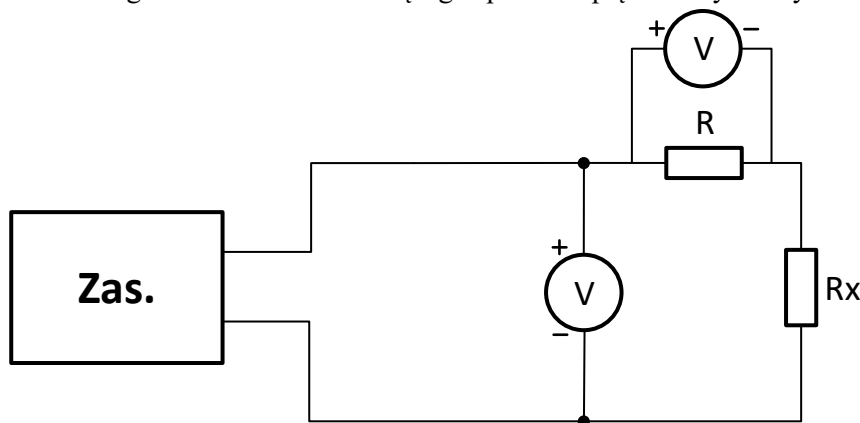
1. $R_x \gg R_g$
2. $R_x \ll R_g$

Gdzie $R_g = \sqrt{R_A * R_V}$ zwana rezystancją graniczną

Układ z poprawnie mierzonym prądem wykorzystujemy, gdy prawdziwa jest zależność nr 1

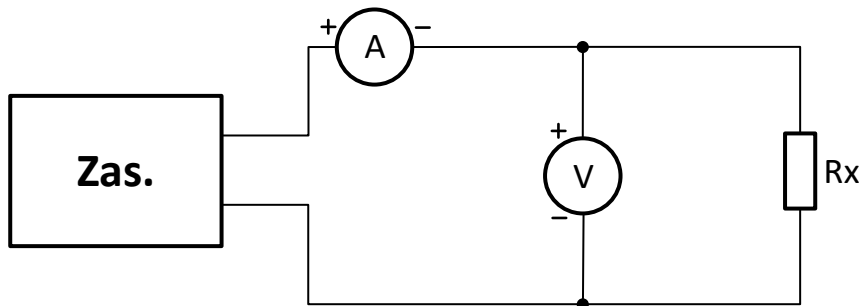


Wykorzystuje się również układ, gdzie za amperomierz uznawany jest układ rezystora wzorcowego i woltomierza mierzącego spadek napięcia na tym rezystorze.

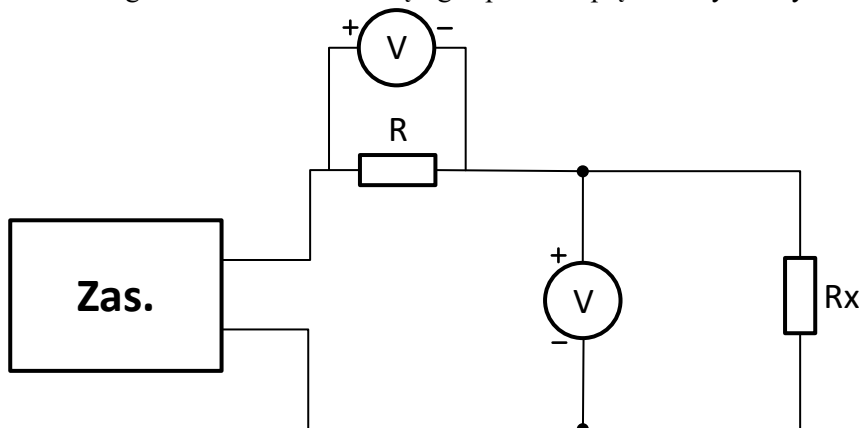


Dzieje się tak, ponieważ rezystancja R_x względem rezystancji granicznej jest stosunkowo duża. Oznacza to, że prąd wpływający do węzła, popłynie większością przez amperomierz. W przypadku, gdyby R_x była bliska R_A , to prąd rozpląnąłby się mniej więcej po połowie do amperomierza i rezystancji sprawdzanej. Rezystancja zastępcza układu amperomierz-rezystor badany jest niższa niż najniższa wartość rezystancji (amperomierza), więc większość napięcia odłoży się na woltomierzu.

Układ z poprawnie mierzonym napięciem wykorzystujemy, gdy prawdziwa jest zależność nr 1



Wykorzystuje się również układ, gdzie za amperomierz uznawany jest układ rezystora wzorcowego i woltomierza mierzącego spadek napięcia na tym rezystorze.



Dzieje się tak, ponieważ rezystancja R_x względem rezystancji granicznej jest stosunkowo mała. Oznacza to, że prąd wpływający do węzła, popłynie większością przez rezystancję badaną. Woltomierz wpięty równolegle do badanej rezystancji zmierzy spadek napięcia na rezystorze, przez który płynie prawie cały prąd.

2. Sklasyfikuj błędy pomiarowe występujące w metodzie technicznej pomiaru rezystancji.

W metodzie technicznej pomiaru rezystancji wyróżniamy dwa rodzaje błędów:

- niepewność pomiarową określoną przez błąd graniczny przyrządów
- błąd systematyczny metody

Pierwszy rodzaj wynika ściśle z niedokładności urządzeń pomiarowych. Drugi rodzaj określa wpływ rezystancji amperomierza i woltomierza na pomiar.

3. Omów zagadnienie błędu metody w układzie z poprawnie mierzonym napięciem.

W przypadku układu z poprawnym mierzonym napięciem, prąd wpływający do węzła rozplywa się pomiędzy woltomierzem a rezystancją badaną. Przy czym jego większość popłynie przez badaną rezystancję, ponieważ stosunek rezystancji badanej do rezystancji wewnętrznej woltomierza jest bardzo mały. Zatem, większość prądu popłynie przez rezystor.

Rezystancja woltomierza nie jest równa nieskończoność. Mimo wszystko, amperomierz zmierzy sumę prądów płynących przez rezystancję badaną i rezystancję woltomierza.

4. Omów zagadnienie błędu metody w układzie z poprawnie mierzonym prądem.

W przypadku układu z poprawnym mierzonym prądem, prąd wpływający do węzła rozplywa się pomiędzy amperomierzem a rezystancją badaną. Przy czym jego większość popłynie przez amperomierz, ponieważ stosunek rezystancji amperomierza do rezystancji badanej jest bardzo mały.

Rezystancja amperomierza nie jest równa zero. Mimo wszystko, woltomierz zmierzy spadek napięcia jako spadek napięcia na rezystancji amperomierza i rezystancji badanej.

5. W jaki sposób można zminimalizować błąd metody przy pomiarze rezystancji metodą techniczną?

Użyć amperomierza o możliwie najmniejszej rezystancji wewnętrznej i woltomierza o możliwie największej rezystancji wewnętrznej. Dodatkowo, zmniejszyć błąd można poprzez wybór odpowiedniego układu do pomiaru rezystancji zgodnie z opisem z zadania nr 1. Dodatkowo można zastąpić bezpośredni pomiar prądu w układzie, pośrednim pomiarem prądu – pomiar spadku rezystancji na rezystancji wzorcowej (dobrze znanej).

6. Dla jakich wartości rezystancji mierzonych korzystniejszy jest układ z poprawnie mierzonym prądem, a dla jakich układ z poprawnie mierzonym napięciem?
Opisane w zadaniu nr 1.
7. Wyprowadź wzór na błąd metody w układzie z poprawnie mierzonym prądem.

$$\begin{aligned}
 &R - \text{wynik pomiaru} \\
 &U - \text{napięcie mierzone przez woltomierz} \\
 &I - \text{prąd wpływający do węzła} \\
 &R = \frac{U}{I} \\
 &U = U_x + U_a = (I_x * R_x) + (I_x * R_a) \\
 &I = I_x
 \end{aligned}$$

zatem

$$R = \frac{(I_x * R_x) + (I_x * R_a)}{I_x} = R_x + R_a$$

Błąd bezwzględny określamy jako różnicę wartości zmierzonej i wartości prawdziwej:

$$\Delta R_x = R - R_x = R_x + R_a - R_x = R_a$$

Błąd względny jest stosunkiem wartości błędu bezwzględnego do wartości prawdziwej. Zatem:

$$\delta R_x = \frac{\Delta R_x}{R_x} = \frac{R_a}{R_x}$$

8. Wyprowadź wzór na błąd metody w układzie z poprawnie mierzonym napięciem.

$$\begin{aligned}
 &R - \text{wynik pomiaru} \\
 &U - \text{napięcie mierzone przez woltomierz} \\
 &I - \text{prąd wpływający do węzła} \\
 &R = \frac{U}{I}
 \end{aligned}$$

Spadek napięcia występuje na rezystancji R_x :

$$U = U_x$$

Prąd płynący w układzie woltomierz – rezystancja badana jest równy sumie prądu płynącego przez rezystor i woltomierz:

$$I = I_x + I_v = \frac{U_x}{R_x} + \frac{U_x}{R_v}$$

zatem

$$R = \frac{U_x}{\frac{U_x}{R_x} + \frac{U_x}{R_v}} = \frac{U_x}{\frac{U_x * R_v + U_x * R_x}{R_x * R_v}} = U_x * \frac{R_x * R_v}{U_x * R_v + U_x * R_x} = \frac{R_x * R_v}{R_v + R_x}$$

Błąd bezwzględny określamy jako różnicę wartości zmierzonej i wartości prawdziwej:

$$\begin{aligned}
 \Delta R_x = R - R_x &= \frac{R_x * R_v}{R_v + R_x} - R_x = \frac{R_x * R_v - R_x(R_v + R_x)}{R_v + R_x} = \frac{R_x * R_v - R_x * R_v - R_x * R_x}{R_v + R_x} \\
 &= \frac{-(R_x)^2}{R_v + R_x}
 \end{aligned}$$

Błąd względny jest stosunkiem wartości błędu bezwzględnego do wartości prawdziwej. Zatem:

$$\delta R_x = \frac{\frac{-R_x * R_x}{R_v + R_x}}{R_x} = \frac{-R_x}{R_v + R_x} = \frac{-1}{\frac{R_v}{R_x} + 1}$$

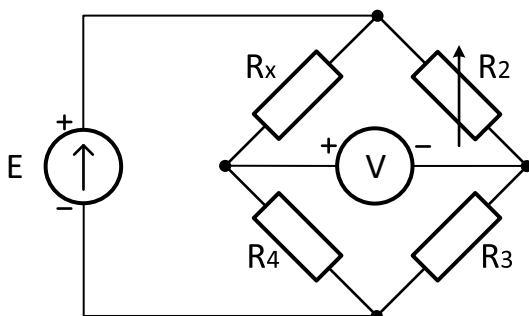
9. Jaka rolę w mostku Wheatstone'a spełnia woltomierz?

Woltomierz jest użyty jako wskaźnik zera – wskazania równowagi mostka.

10. Co nazywamy stanem równowagi mostka i w jaki sposób w praktyce osiągamy ten stan?

Stan równowagi mostka to taki stan, w którym różnica potencjałów między punktami A i B jest równa zero (prąd płynący przez woltomierz $\rightarrow 0$). Stan ten uzyskuje się poprzez regulację pewnej rezystancji wzorcowej, tak aby woltomierz wskazywał zero.

11. Narysuj schemat ideowy mostka Wheatstone'a i wyprowadź równanie równowagi.



$$U_x = U_2$$

$$U_3 = U_4$$

$$I_x = I_4$$

$$I_3 = I_2$$

$$U_x = R_x * I_x$$

$$U_3 = R_3 * I_x$$

$$U_4 = R_4 * I_2$$

$$U_2 = R_2 * I_2$$

$$R_x * I_x = R_2 * I_2$$

$$R_4 * I_x = R_3 * I_2$$

$$I_x = \frac{R_2 * I_2}{R_x}$$

$$I_x = \frac{R_3 * I_2}{R_4}$$

$$\frac{R_2 * I_2}{R_x} = \frac{R_3 * I_2}{R_4}$$

$$R_x (R_3 * I_2) = R_4 (R_2 * I_2)$$

$$R_x = \frac{R_4 * R_2 * I_2}{R_3 * I_2} = \frac{R_4 * R_2}{R_3}$$

12. Sklasyfikuj błędy występujące przy pomiarze rezystancji za pomocą mostka Wheatstone'a.

W metodzie pomiaru rezystancji za pomocą mostka Wheatstone'a wyróżniamy trzy rodzaje błędów:

- błąd graniczny wzorców
- błąd rozdzielczości
- błąd nieczułości

Błąd graniczny wzorców wynika z faktu, że rezystory R_2, R_3 i R_4 nie są idealne i zostały wykonane z pewną skończoną dokładnością. Zatem, błąd ten można określić za pomocą poniższej zależności:

$$\delta_g R_x = \delta_g R_2 + \delta_g R_3 + \delta_g R_4$$

Błąd rozdzielczości zależy od rezystancji wzorcowej R_2 - wykorzystujemy opornik dekadowy, który posiada skończony i ustalony kwant ustawienia rezystancji. Błąd ten wyznacza się z poniższej zależności:

$$\delta_r R_x = \delta_r R_2 = \frac{\Delta_{min} R_2}{R_2} * 100 \%$$

gdzie Δ_{min} jest kwantem ustawienia rezystancji R_2 .

Błąd nieczułości zależy – zgodnie z nazwą – od wskaźnika równowagi tj. woltomierza i kwantu ustawienia rezystancji na rezystorze dekadowym. Podyktowany jest tym, jak małe zmiany napięcia na zaciskach woltomierza jesteśmy w stanie zaobserwować. Błąd ten można wyznaczyć z zależności:

$$\delta_n R_x = \frac{\Delta R_2}{R_2} * 100 \%$$

We wzorze $\frac{\Delta R_2}{R_2}$ oznacza względną zmianę rezystancji powodująca najmniejszą możliwą zmianę na woltomierzu. Dla woltomierzy cyfrowych za najmniejszą możliwą zmianę należy rozumieć zmianę wskazania o 1 na najmniej znaczącym miejscu.

Całkowity błąd pomiaru rezystancji za pomocą mostka Wheatstone'a jest następujący:

$$\delta_{całkowity} R_x = \delta_g R_x + \delta_r R_x + \delta_n R_x$$

13. Co to jest błąd nieczułości przy pomiarze rezystancji metodą mostkową?

Opisane powyżej.

14. W jaki sposób praktycznie można wyznaczyć błąd nieczułości przy pomiarze rezystancji za pomocą mostka Wheatstone'a?

W praktyce, aby wyznaczyć błąd nieczułości należy zmienić rezystancję R_2 tak, aby uzyskać najmniejszą możliwą do interpretacji przez człowieka zmianę na ekranie woltomierza. Zatem nie dokonujemy takiej zmiany rezystancji, aby spróbować trafić na moment zmiany wartości najmniej znaczącej cyfry. Należy zmienić zatem rezystancję R_2 o możliwie małą wartość, tak, aby uzyskać stabilny wynik na woltomierzu – powiedzmy zmiana wartości nastąpiła o 0,0010 V. Zatem zmieniliśmy wartość nie o 1 na najmniej znaczącej pozycji, tylko o 10 razy więcej. W związku z tym należy zmodyfikować powyższy wzór:

$$\delta_n R_x = \frac{\Delta R_2}{n * R_2} * 100 \%$$

gdzie n jest wielkością informującą jak bardzo zmieniło się wskazanie na woltomierzu

15. Opisz procedurę doboru rezystancji w ramionach stosunkowych mostka Wheatstone'a, gdy znana jest zgrubnie wartość mierzonych rezystancji. Możesz założyć przykładowe dane liczbowe.

Zgodnie ze wzorem z zadania 11:

$$R_x = \frac{R_4 * R_2}{R_3}$$

Można zauważyć, że warunkiem równowagi mostka jest spełnienie powyższej zależności. Wiadomo, że R_2 jest rezystorem dekadowym, o zmiennej wartości rezystancji. Należy dobrać rezystancje podobnego rzędu do rezystancji R_x , aby uniknąć problemów z przegrzewaniem się rezystorów.

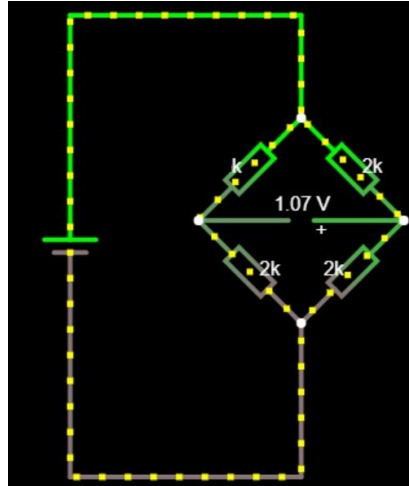
W celu wyznaczenia wartości rezystorów R_4, R_3, R_2 ~~należy zwrócić uwagę na fakt, że rezystancje R_4, R_3 nie są rezystancjami regulowanymi wzorcowymi.~~ Jedyną rzeczą jaką można zauważyć to fakt, że wygodnie by było, gdyby stosunek rezystancji R_4, R_3 był równy jeden. Wówczas wartość $R_x = R_2$ co upraszcza dalszą analizę. W przypadku, gdyby rezystancja R_x byłaby szacunkowo bardzo duża – należy doprowadzić do tego, aby wartości

$R_4 * R_2$ były jak największe, a wartość R_3 możliwie mała. Warto jeszcze zauważyć, że w momencie niespełnienia zależności $\frac{R_4}{R_3} = 1$, warto się trzymać zasady, aby stosunek $\frac{R_4}{R_3}$ był wielokrotnością krotności rezystora dekadowego.

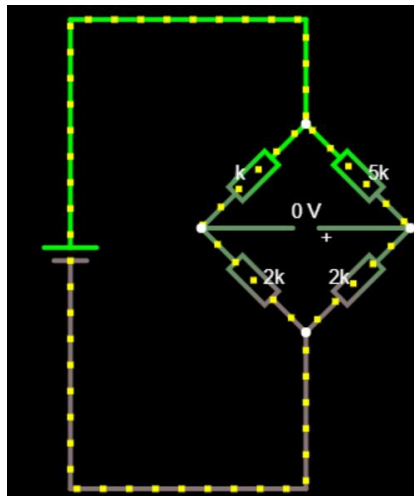
Przykład:

Wiemy, że wartość $R_x \approx \text{kilka } k\Omega$. Zatem, ustalam dla ułatwienia, że $\frac{R_4=2 k\Omega}{R_3=2 k\Omega} = 1$.

Początkowo ustalam, że $R_2 = 2 k\Omega$



Widzimy, że mostek jest niezrównoważony. Zwiększam zatem wartość rezystancji R_2 np. do $5 k\Omega$



Mostek jest zrównoważony. Można wnioskować, że $R_x \approx R_2 \approx 5 k\Omega$

16. W jaki sposób wartość napięcia zasilającego mostek Wheatstone'a wpływa na dokładność pomiaru rezystancji? Rozważ poszczególne składniki błędów.

Wróćmy do wzoru na błąd graniczny pomiaru:

$$\delta_{\text{całkowity}} R_x = \delta_g R_x + \delta_r R_x + \delta_n R_x$$

Składa się on z: błędów granicznych wzorców, rozdzielczości, błędów nieczułości. Pierwsze dwa składniki są praktycznie niezależne od napięcia wejściowego. Jeżeli uwzględniamy wszelkie czynniki termiczne, należy zwrócić uwagę, że wraz ze wzrostem napięcia – zgodnie z prawem Ohma – rośnie prąd płynący przez rezystor. Zatem, wydziela on ciepło. Wraz ze wzrostem temperatury zmniejsza się nominalna wartości rezystancji podanej przez producenta.

Jeżeli zaś chodzi o ostatni składnik – błąd nieczułości – robi się ciekawie. Błąd nieczułości zależy od rozdzielczości i czułości wykorzystywanego woltomierza. Zwiększając napięcie zasilające układ będziemy zwiększać napięcie, które odkłada się na woltomierzu w przypadku niedopasowania mostka.

CÓŚ TU DODAC' :V

17. Rezystancja amperomierza wynosi $R_A = 10 \Omega$, a rezystancja woltomierza $R_V = 10 M\Omega$. Zmierzono rezystancję metodą techniczną w układzie z poprawnie mierzonym prądem. Woltomierz wskazał wartość $U = 10,000 V$ na zakresie $U_z = 10 V$, a amperomierz – wartość $I = 20,00 mA$ na zakresie $I_z = 100 mA$. Podaj wynik pomiaru rezystancji, błąd graniczny i błąd metody, jeżeli wyrażenia na błąd graniczny woltomierza i amperomierza wyrażają się odpowiednio wzorami:

$$\delta_g U = 0,05\% + 0,01\% * \frac{U_z}{U}$$

$$\delta_g I = 0,10\% + 0,05\% * \frac{I_z}{I}$$

$$\delta_g R = \delta_g U + \delta_g I$$

$$\delta_g U = 0,05\% + 0,01\% * \frac{10 V}{10,000 V} = 0,06 \%$$

$$\delta_g I = 0,10\% + 0,05\% * \frac{100 mA}{20,00 mA} = 4 \%$$

$$\delta_g R = 0,06 \% + 4 \% = 5 \%$$

Rezystancja:

$$R = \frac{U}{I}$$
$$R = \frac{10,000 V}{20,00 mA} = 500,00 \Omega$$

Błąd metody:

$$\delta R_x = \frac{R_a}{R_x} * 100\%$$

$$\delta R_x = \frac{10 \Omega}{500 \Omega} * 100\% = 2 \%$$

18. Rezystancja amperomierza wynosi $R_A = 10 \Omega$, a rezystancja woltomierza $R_V = 10 M\Omega$. Zmierzono rezystancję metodą techniczną w układzie z poprawnie mierzonym napięciem. Woltomierz wskazał wartość $U = 10,000 V$ na zakresie $U_z = 10 V$, a amperomierz – wartość $I = 20,00 mA$ na zakresie $I_z = 100 mA$. Podaj wynik pomiaru rezystancji, błąd graniczny i błąd metody, jeżeli wyrażenia na błąd graniczny woltomierza i amperomierza wyrażają się odpowiednio wzorami:

$$\delta_g U = 0,05\% + 0,01\% * \frac{U_z}{U}$$

$$\delta_g I = 0,10\% + 0,05\% * \frac{I_z}{I}$$

Błąd graniczny:

$$\delta_g R = \delta_g U + \delta_g I$$

$$\delta_g U = 0,05\% + 0,01\% * \frac{10 V}{10,000 V} = 0,06 \%$$

$$\delta_g I = 0,10\% + 0,05\% * \frac{100 mA}{20,00 mA} = 4 \%$$

$$\delta_g R = 0,06 \% + 4 \% = 5 \%$$

Rezystancja:

$$R = \frac{U}{I}$$

$$R = \frac{10,000 \text{ V}}{20,00 \text{ mA}} = 500,00 \Omega$$

$$\Delta R = R * \delta_g R$$

$$\Delta R = 500,00 \Omega * 0,05 = 25,00 \Omega$$

$$R = 500 \pm 25 \Omega$$

Błąd metody:

$$\delta R_x = \frac{-500 \Omega}{10 * 10^6 \Omega + 500 \Omega} = -4,999 * 10^{-3} \% = -4 * 10^{-3} \%$$

19. Oblicz, dla jakiej wartości rezystancji błędy metody w metodzie technicznej będą równe co do wartości bezwzględnej dla obu układów (z poprawnie mierzonym prądem i z poprawnie mierzonym napięciem), jeśli rezystancja amperomierza wynosi $R_A = 10 \Omega$, a rezystancja woltomierza $R_V = 10 \text{ M}\Omega$.

$$\delta R_x = \frac{-R_x}{R_v + R_x}$$

$$\delta R_x = \frac{R_a}{R_x}$$

$$\frac{R_x}{R_v + R_x} = \frac{R_a}{R_x}$$

$$(R_x)^2 = R_a * (R_v + R_x)$$

$$(R_x)^2 = R_a * R_v + R_a * R_x$$

$$(R_x)^2 - R_a * R_x = R_a * R_v$$

$$(R_x)^2 - 10 \Omega * R_x = 10 \Omega * 10 * 10^6 \Omega$$

$$(R_x)^2 - 10 \Omega * R_x = 10^8 \Omega$$

$$R_x = t$$

$$t^2 - 10t - 10^8 = 0$$

$$t_1 < 0$$

$$t_2 \approx 10 \text{ k}\Omega$$

Można zauważyć, że istnieje pewna zależność. W momencie, gdy rezystancja mierzona $R_x = R_g$, gdzie $R_g = \sqrt{R_A * R_V}$, błąd metody jest taki sam dla obu układów.

20. Oblicz, dla jakiej wartości rezystancji woltomierza przy pomiarze rezystancji $R_x = 10 \text{ k}\Omega$ błędy metody w metodzie technicznej będą równe co do wartości bezwzględnej dla obu układów (z poprawnie mierzonym prądem i z poprawnie mierzonym napięciem), jeśli rezystancja amperomierza wynosi $R_A = 20 \Omega$.

$$R_x = 10 \text{ k}\Omega$$

$$R_A = 20 \Omega$$

$$\frac{R_x}{R_v + R_x} = \frac{R_a}{R_x}$$

$$\frac{10 \text{ k}\Omega}{R_v + 10 \text{ k}\Omega} = \frac{20 \Omega}{10 \text{ k}\Omega}$$

$$R_v + 10 \text{ k}\Omega = 10 \text{ k}\Omega$$

$$100 * 10^6 \Omega^2 = 20 \Omega * R_v + 200 \text{ k}\Omega^2$$

$$100 * 10^6 \Omega^2 - 200 * 10^3 \Omega^2 = 20 \Omega * R_v$$

$$5 * 10^6 \Omega - 10 * 10^3 \Omega = R_v$$

$$R_v = 4990000 \Omega = 4,99 \text{ M}\Omega$$

21. Oblicz, dla jakiej wartości rezystancji amperomierza przy pomiarze rezystancji $R_x = 10\text{ k}\Omega$ błędy metody w metodzie technicznej będą równe co do wartości bezwzględnej dla obu układów (z poprawnie mierzonym prądem i z poprawnie mierzonym napięciem), jeśli rezystancja woltomierza wynosi $R_V = 1\text{ M}\Omega$.

$$R_x = 10\text{ k}\Omega$$

$$R_V = 1\text{ M}\Omega$$

$$\frac{R_x}{R_V + R_x} = \frac{R_a}{R_x}$$

$$\frac{10\text{ k}\Omega}{1\text{ M}\Omega + 10\text{ k}\Omega} = \frac{R_a}{10\text{ k}\Omega}$$

$$100 \cdot 10^6 \Omega^2 = R_a \cdot 10^6 \Omega + R_a \cdot 10^3 \Omega$$

$$100 \cdot 10^6 \Omega^2 = R_a \cdot (10^6 \Omega + 10^3 \Omega)$$

$$R_a = \frac{100 \cdot 10^6 \Omega^2}{10^6 \Omega + 10^3 \Omega}$$

$$R_a = 9.99 \Omega \approx 10 \Omega$$

22. Mamy zmierzyć rezystancję opornika o wartości ok. $1\text{ k}\Omega$ metodą techniczną, wykorzystując woltomierz o rezystancji wewnętrznej $1\text{ M}\Omega$ i amperomierz o rezystancji wewnętrznej $10\text{ }\Omega$. W którym układzie (z poprawnie mierzonym prądem czy z poprawnie mierzonym napięciem) błąd metody będzie mniejszy co do wartości bezwzględnej? Odpowiedź uzasadnij.

$$R_g = \sqrt{R_A * R_V}$$

$$R_g = \sqrt{10\text{ }\Omega * 1\text{ M}\Omega} = \sqrt{10\text{ M}\Omega^2} \approx 3163\text{ }\Omega$$

$$R_x \approx 1\text{ k}\Omega < 3163\text{ }\Omega$$

Zatem, zgodnie z zasadą z zadania 1, błąd metody będzie mniejszy dla układu poprawnie mierzonego napięcia.

23. Mamy zmierzyć rezystancję opornika o wartości ok. $100\text{ }\Omega$ za pomocą mostka Wheatstone'a. Jakie wartości rezystancji w ramionach stosunkowych mostka jakie należy wybrać, aby błąd nieczułości był jak najmniejszy (mamy do dyspozycji wartości rezystancji: $10\text{ }\Omega$, $100\text{ }\Omega$, $1\text{ k}\Omega$, $10\text{ k}\Omega$, $100\text{ k}\Omega$)? Odpowiedź uzasadnij.

Generalnie można przyjąć następującą zależność:

- Jeżeli w mostku Wheatstone'a wartości rezystancji wszystkich czterech rezystorów są takie same – błąd nieczułości jest najmniejszy.

Zatem, z powyższej zależności można określić, że należy dobrać na początku takie rezystory, aby ich wartości rezystancji były zbliżone do wartości rezystancji badanej. Następnie, należy tak je zmodyfikować, aby wykorzystać dekady na rezystorze dekadowym. Warto również zwrócić uwagę, że dobrze by było, gdyby wartości dobranych rezystancji były w stosunku jeden do wielokrotności dziesięciu.

Dla tego przypadku dobiórę zatem wartości $100\text{ }\Omega$, a później odpowiednio zmienię, aby ustawić odpowiednio rezystor dekadowy.

Można to również przedstawić za pomocą następującej zależności:

$$R_x = \frac{R_4 * R_2}{R_3}$$

Przekształćmy ją:

$$\frac{R_x}{R_4} = \frac{R_2}{R_3}$$

Wiadomo, że błąd nieczułości jest mały, gdy wartości są zbliżone do siebie i zachodzi zależność:

$$\frac{R_2}{R_3} \rightarrow 1$$

Zatem, mogę założyć, że

$$\frac{R_x}{R_4} \rightarrow 1$$

Wiemy, że $R_x \approx 100 \Omega$, więc z powyższych: $R_4 \approx 100 \Omega$ i jednocześnie $R_2 \approx 100 \Omega$ i $R_3 \approx 100 \Omega$

- 24. Mamy zmierzyć rezystancję opornika o wartości ok. $1 M\Omega$ za pomocą mostka Wheatstone'a. Jakie wartości rezystancji w ramionach stosunkowych mostka należy wybrać, aby błąd nieczułości był jak najmniejszy (mamy do dyspozycji wartości rezystancji: 10Ω , 100Ω , $1 k\Omega$, $10 k\Omega$, $100 k\Omega$)? Odpowiedź uzasadnij.**

Tak jak w poprzednim zadaniu, skorzystajmy z założeń co do błędu nieczułości.

$$\frac{R_2}{R_3} \rightarrow 1$$

Oraz

$$\frac{R_x}{R_4} \rightarrow 1$$

Wiemy, że $R_x \approx 1 M\Omega$. Nie ma jednak takiego R_4 , że $R_4 \approx 1 M\Omega$. Zatem dobierzmy możliwie największą rezystancję R_4 , tak aby stosunek $\frac{R_x}{R_4}$ był jak najmniejszy. Zatem w naszym przypadku $R_4 = 100 k\Omega$. Oznacza to, że $\frac{R_x}{R_4} \rightarrow 10$. Zatem, stosunek $\frac{R_2}{R_3}$ również powinien spełniać zależność $\frac{R_2}{R_3} \rightarrow 10$. Najlepiej by było, gdyby $R_2 \approx 1 M\Omega$. Niestety, nie mamy do dyspozycji takiego rezystora dekadowego. Zatem musi być spełniona zależność $\frac{R_2}{R_3} \rightarrow 10$ przy możliwie największych wartościach R_2 i R_3 . Zatem, $R_2 = 100 k\Omega$, zaś $R_3 = 10 k\Omega$

- 25. Mostek Wheatstone'a jest wyposażony w rezystory wzorcowe o tolerancji $0,1\%$ w ramionach stosunkowych (R_3 i R_4). Opornik dekadowy ma klasę $0,05$ i rozdzielczość $0,1 \Omega$. Przy jakiej ustawionej na oporniku dekadowym rezystancji błąd rozdzielczości będzie przynajmniej 10 razy mniejszy od błędu granicznego wzorców? Odpowiedź uzasadnij.**

Błąd rozdzielczości:

$$\delta_r R_x = \delta_r R_2 = \frac{\Delta_{min} R_2}{R_2} * 100 \%$$

$$\Delta_{min} = 0,1 \Omega$$

Błąd graniczny:

$$\delta_g R_x = \delta_g R_2 + \delta_g R_3 + \delta_g R_4$$

Założenie:

$$\delta_r R_x \leq \frac{\delta_g R_x}{10}$$

$$\delta_g R_x = 0,05 \% + 0,1 \% + 0,1 \% = 0,25 \% \approx 0,3 \%$$

$$\delta_r R_x \leq \frac{0,25 \%}{10}$$

$$\delta_r R_2 = \frac{\Delta_{min} * R_2}{R_2} * 100 \% \leq 0,025\%$$

$$\frac{0,1 \Omega}{R_2} \leq 0,00025$$

$$0,1 \Omega \leq 0,00025 * R_2$$

$$R_2 \geq 400 \Omega$$

26. Mostek Wheatstone'a jest wyposażony w rezystory wzorcowe o tolerancji 0,1% w ramionach stosunkowych (R3 i R4). Opornik dekadowy ma klasę 0,05 i rozdzielczość 0,1 Ω. Ile dekad musi posiadać opornik dekadowy, aby błąd rozdzielczości był przynajmniej 100 razy mniejszy od błędu granicznego wzorców? Odpowiedź uzasadnij. Błąd rozdzielczości:

$$\delta_r R_x = \delta_r R_2 = \frac{\Delta_{min} R_2}{R_2} * 100 \%$$

$$\Delta_{min} = 0,1 \Omega$$

Błąd graniczny:

$$\delta_g R_x = \delta_g R_2 + \delta_g R_3 + \delta_g R_4$$

Założenie:

$$\delta_r R_x \leq \frac{\delta_g R_x}{100}$$

$$\delta_g R_x = 0,05 \% + 0,1 \% + 0,1 \% = 0,25 \% \approx 0,3 \%$$

$$\delta_r R_x \leq \frac{0,25 \%}{100}$$

$$\delta_r R_2 = \frac{\Delta_{min} * R_2}{R_2} * 100 \% \leq 0,0025\%$$

$$\frac{0,1 \Omega}{R_2} \leq 0,000025$$

$$0,1 \Omega \leq 0,000025 * R_2$$

$$R_2 \geq 4000 \Omega$$

Pierwsza dekada x0,1: $R_{x0,1} \in < 0,1; 1 >$

Druga dekada x1: $R_{x1} \in < 1, 10 >$

Trzecia dekada x10: $R_{x1} \in < 10, 100 >$

Czwarta dekada x100: $R_{x1} \in < 100, 1000 >$

Piąta dekada x1000: $R_{x1} \in < 1000, 10000 >$

Pierwsza dekada to x0,1, ponieważ $\Delta_{min} R_2 = 0,1 \Omega$

27. Zmierzono rezystancję rezystora omomierzem cyfrowym. Uzyskano wynik $R = 158,15 \Omega$ na zakresie $R_z = 1 k\Omega$. Oblicz wartość granicznego błędu względnego i bezwzględnego pomiaru rezystancji, jeśli producent omomierza podaje zależność na błąd graniczny
- | | | | |
|--|----------|---|----------|
| | względny | w | postaci: |
|--|----------|---|----------|

$$\delta_g R = 0,1\% + 0,2\% * \frac{R_z}{R}$$

$$R = 158,15 \Omega$$

$$R_z = 1 k\Omega$$

$$\delta_g R = 0,1 \% + 0,2 \% * \frac{1 * 10^3 \Omega}{158,15 \Omega} = 0,1 \% + 1,3 \% = 1,4 \%$$

$$\Delta R = \delta_g R * R$$

$$\Delta R = 0,014 * 158,15 \Omega = 2,2141 \Omega \approx 2,22 \Omega$$