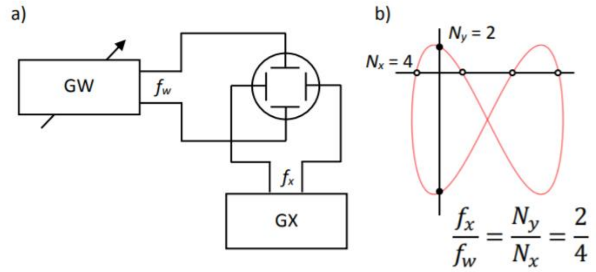
Ćwiczenie 8

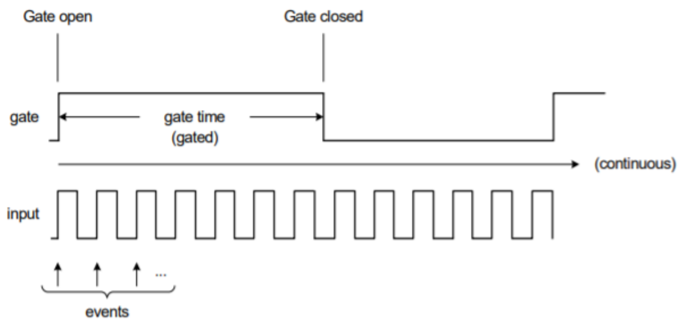
1. **Podaj definicję częstotliwości sygnałów elektrycznych.**
   Zgodnie z ogólną definicją, częstotliwość f danego zjawiska jest to liczba n jego wystąpień w jednostce czasu t, co można przedstawić w postaci zależności
   $$f = \frac{n}{t}$$
   Dla sygnałów elektrycznych częstotliwością nazywać będziemy liczbę okresów przypadających na 1 sekundę. Można zatem uznać, że częstotliwość f jest odwrotnością okresu:
   $$f = \frac{1}{T}$$
2. **Wyjaśnij, na czym polega pomiar częstotliwości metodą krzywych Lissajous.**
   Metoda ta polega na dostrajaniu częstotliwości generatora wzorcowego GW w celu zrównania jej z badaną częstotliwością f_x, lub zapewnienia stosunku częstotliwości równego liczbie całkowitej lub jej odwrotności. Wówczas na ekranie otrzymuje się krzywą Lissajous (teoretycznie nieruchomą), której kształt zależy przede wszystkim od stosunku częstotliwości sygnałów oraz przesunięcia fazowego między nimi. Częstotliwość badaną f_x określa się na podstawie liczby przecięć figury Lissajous prostymi: poziomą (N_x) oraz pionową (N_y), poprowadzonymi tak, aby nie były styczne do obserwowanej figury ani nie przechodziły przez jej punkty węzłowe.



Rys. 8.4. Pomiar częstotliwości metodą krzywych *Lissajous*: a) schemat układu pomiarowego, b) sposób określenia liczby przecięć i wyznaczenia częstotliwości badanej f_x

   W praktyce w celu obliczenia stosunku $\frac{N_y}{N_x}$, szukamy takiej prostej y, żeby liczba przecięć przebiegu sygnału N_y z tą prostą była jak największa i szukamy takiej prostej x, żeby liczba przecięć przebiegu sygnału N_x z tą prostą była jak największa.
3. **Jaka jest różnica między metodą pomiaru okresu oraz okresu średniego? Jaki jest cel stosowania pomiaru okresu średniego?**
   W pomiarze okresu, czas otwarcia bramki w częstościomierzu równy jest czasowi trwania jednego okresu sygnału. Inaczej: mierzymy jeden okres.
   W pomiarze okresu średniego, czas otwarcia bramki w częstościomierzu równy jest wielokrotności czasu trwania jednego okresu sygnału zgodnie z zależnością. Inaczej: mierzymy kilka okresów:
   $T_{Bramki} = k * T_{sygnału}$, gzie $k = 1, 10, 100, ...$
   Dla $k = 1$, pomiar nazywamy pomiarem okresu.
4. **Jaka jest różnica między metodą bezpośrednią i pośrednią pomiaru częstotliwości?**
   W metodzie bezpośredniej zliczana jest liczba n okresów sygnału badanego o częstotliwości f_x we wzorcowym czasie T_B, a częstotliwość wyznaczana wprost z zależności
   $$f_x = \frac{n}{T_B}$$
   Metoda pośrednia polega na pomiarze okresu sygnału i obliczeniu jego częstotliwości z zależności $f = \frac{1}{T}$.

5. **W jakich przypadkach (dla jakich wartości częstotliwości) powinno się stosować pomiar częstotliwości metodą bezpośrednią, a dla jakich metodą pośrednią?**
Dla małych częstotliwości – pomiar metodą pośrednią.
Dla dużych częstotliwości – pomiar metodą bezpośrednią.
Bo:
Błąd względny na pomiar częstotliwości metodą pośrednią:
$$\delta_g f_x = \frac{1}{f_x * T_B} * 100\% + \delta_g f_w$$
Więc zwiększamy badaną częstotliwość f_x – błąd maleje.
Błąd względny na pomiar częstotliwości metodą bezpośrednią:
$$\delta_g f_x = \frac{f_x}{k * f_w} * 100\% + \delta_g f_w$$
Więc zmniejszamy badaną częstotliwość f_x – błąd maleje.
6. **Jakie dodatkowe funkcjonalności pomiarowe posiadają współczesne częstościomierze (poza pomiarem okresu/częstotliwości pojedynczych sygnałów)?**
   - Częstotliwość
   - Okres
   - Stosunek częstotliwości dwóch sygnałów
   - Zliczanie impulsów
   - Czas narastania impulsu
   - Czas opadania impulsu
   - Szerokość impulsu
   - Przesunięcie fazowe
7. **Wyjaśnij, na czym polega tryb zliczania impulsów w częstościomierzu i w jaki sposób może zostać wykorzystany do pomiaru częstotliwości.**
Częstościomierz zlicza liczbę impulsów w pewnym czasie trwania.



Dla metody bezpośredniej:
W metodzie bezpośredniej zliczana jest liczba n okresów sygnału badanego o częstotliwości f_x we wzorcowym czasie T_B, a częstotliwość wyznaczana wprost z zależności
$$f_x = \frac{n}{T_B}$$
Dla metody pośredniej:
W celu zwiększenia czasu otwarcia bramki (w zależności od wartości parametrów sygnału) częstotliwość sygnału badanego może być podzielona przez liczbę k, przy czym zwykle $k = 1, 10, 100, \ldots$. W takim przypadku bramka jest otwierana na czas równy wielokrotności okresu $k * T_{sygnału}$. W czasie otwarcia bramki zliczane są impulsy sygnału o częstotliwości f_w pochodzącego z generatora wzorcowego. Liczba n impulsów zliczonych przez licznik L, jest określona zależnością
$$n = k * T_x * f_w$$
8. **W jaki sposób można zmniejszyć błąd graniczny pomiaru częstotliwości przy użyciu częstościomierza?**

Błąd względny na pomiar częstotliwości metodą bezpośrednią:

$$\delta_g f_x = \frac{1}{f_x * T_B} * 100\% + \delta_g f_w$$

Zwiększenie czasu otwarcia bramki i korzystanie tej metody dla dużych częstotliwości.

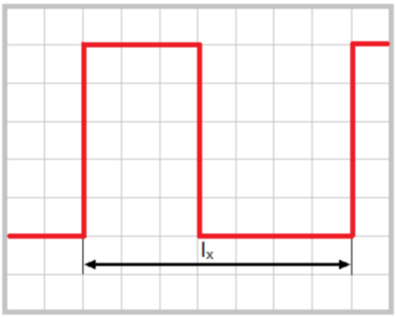
Błąd względny na pomiar częstotliwości metodą pośrednią:

$$\delta_g f_x = \frac{f_x}{k * f_w} * 100\% + \delta_g f_w$$

Zwiększenie krotności k – liczby badanych okresów i korzystanie tej metody dla małych częstotliwości.

9. Opisz, w jaki sposób można zmierzyć częstotliwość sygnału za pomocą oscyloskopu cyfrowego.

Pomiar okresu/częstotliwości sygnału doprowadzonego do wejścia oscyloskopu wykonuje się w trybie pracy z liniową podstawą czasu. W przypadku, gdy badanym sygnałem jest przebieg prostokątny, na jego ekranie powinniśmy otrzymać (dobierając odpowiednio podstawę czasu oscyloskopu) oscylogram podobny do przedstawionego na rysunku:



Mierząc (w działkach) długość odcinka lx odpowiadającego okresowi sygnału, można obliczyć okres Tx na podstawie zależności

$$T_x = l_x * C_x$$

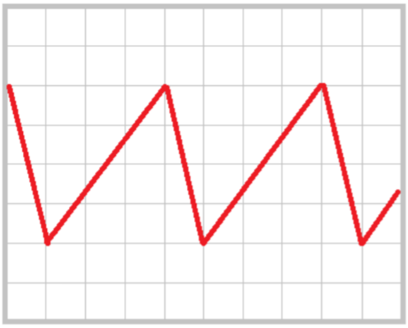
gdzie Cx jest stałą oscyloskopu dla osi X wyrażoną w jednostkach czasu na działkę.
Częstotliwość sygnału uzyskujemy z zależności:

$$f_x = \frac{1}{T_x}$$

10. Jaka jest rola wewnętrznego wzorca częstotliwości w częstościomierzu cyfrowym?

Sygnał z generatora wzorcowego jest doprowadzany do układu sterowania otwarciem bramki. Na podstawie wzorca częstotliwości tworzony jest czas wzorcowy bramki T_B. Dokładność pomiaru zależy od dokładności tego wzorca.

11. Przy ustawionej podstawie czasu 1 $\frac{ms}{dz}$ na ekranie oscyloskopu zaobserwowano sygnał jak na rysunku:



Wyznacz częstotliwość sygnału oraz błąd graniczny (względny i bezwzględny) pomiaru, wiedząc, że względny błąd graniczny wyraża się następującą zależnością:

$$\boldsymbol{\delta_g f_x = 3\% + \frac{0,1\,dz}{l_x} * 100\%}$$

gdzie lx jest długością mierzonego odcinka.

$$T_x = l_x * C_x$$

$$T_x = 4\,dz * 1\frac{ms}{dz} = 4\,ms$$

$$f_x = \frac{1}{4 * 10^{-3} s} = 250\,Hz$$

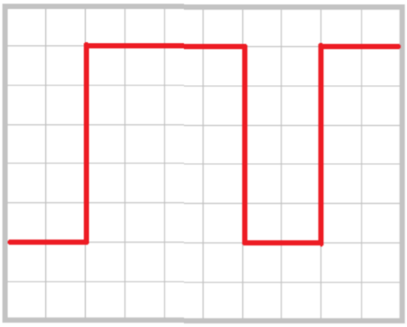
$$\delta_g f_x = 3\% + \frac{0,1\,dz}{l_x} * 100\%$$

$$\delta_g f_x = 3\% + \frac{0,1\,dz}{4\,dz} * 100\% = 3\% + 2,5\% = 5,5\% = 6\%$$

$$\Delta_g f_x = \delta_g f_x * f_x$$

$$\Delta_g f_x = 0,055 * 250\,Hz = 14\,Hz$$

12. **Przy ustawionej podstawie czasu $\boldsymbol{1\frac{ms}{dz}}$ na ekranie oscyloskopu obserwowany jest sygnał jak na rysunku:**



Wyznacz współczynnik wypełnienia przedstawionego sygnału oraz względny błąd graniczny pomiaru tego parametru przy założeniu, że błąd graniczny pomiaru odcinka czasu jest określony zależnością

$$\boldsymbol{\delta_g t_x = (\frac{0,1\,dz}{l_x} + \delta_g C_x) * 100\%}$$

$$\boldsymbol{\delta_g C_x = 50\,ppm}$$

$$\boldsymbol{\delta_g C_x = 50 * 10^{-6}}$$

Przyjmij, że podczas pomiaru nie jest zmieniana podstawa czasu oscyloskopu.

$$\varepsilon = \frac{\tau}{T}$$

$$\delta_g \varepsilon = \delta_g \tau + \delta_g T$$

$$\tau = 4\,dz * 1\frac{ms}{dz}$$

$$T = 6\,dz * 1\frac{ms}{dz}$$

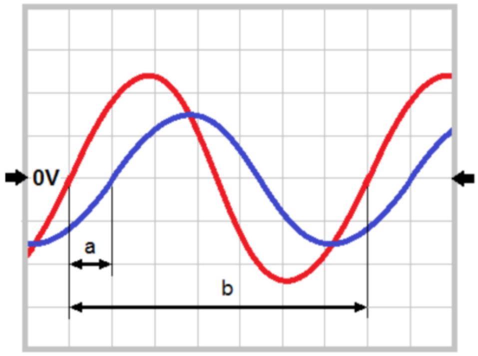
$$\varepsilon = \frac{4\,dz * 1\frac{ms}{dz}}{6\,dz * 1\frac{ms}{dz}} \approx 0,67$$

$$\delta_g \tau = \left(\frac{0,1\,dz}{4\,dz} + 50 * 10^{-6}\right) * 100\% = 2,5\% = 3\%$$

$$\delta_g T = \left(\frac{0,1\ dz}{6\ dz} + 50 * 10^{-6}\right) * 100\% = 1,7\%$$
$$\delta_g \varepsilon = 3\% + 1,7\% = 5\%$$

13. Opisz, w jaki sposób można zmierzyć przesunięcie fazowe pomiędzy dwoma sygnałami za pomocą oscyloskopu dwukanałowego.

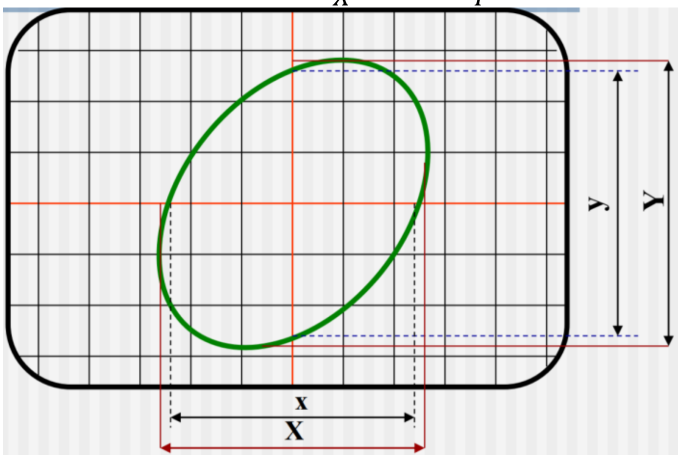
Przy wyznaczaniu przesunięcia fazowego metodą pomiaru długości odcinków poziomy zera (poziomy odniesienia) dla obu kanałów oscyloskopu powinny być zgodne. Odcinek a odpowiada różnicy położenia punktów przejścia przez zero zboczy narastających (lub opadających). Odcinek b odpowiada okresowi obu sygnałów.



$$\varphi = \frac{a}{b} * 360° = \frac{a}{b} * 2\pi$$

Dla krzywych Lissajous, kąt przesunięcia fazowego liczymy z następujących zależności:

$$\varphi = \arcsin\frac{x}{X} = \arcsin\frac{y}{Y}$$



14. Na wyjściach dwóch niezależnych (niezsynchronizowanych) źródeł uzyskano sygnały o tym samym kształcie oraz nominalnie tej samej częstotliwości i amplitudzie. Czy jest możliwy pomiar przesunięcia fazowego pomiędzy tymi sygnałami za pomocą oscyloskopu dwukanałowego? Odpowiedź uzasadnij.

15. W jakim przypadku korzystniejsze jest wyznaczanie współczynnika wypełnienia sygnału prostokątnego metodą pomiaru długości odcinków przy tej samej podstawie czasu w stosunku do korzystania z dwóch różnych wartości stałej odchylania poziomego?

16. Przy jakiej wartości podstawy czasu oscyloskopu ($1\frac{\mu s}{dz}$ *czy* $2\frac{\mu s}{dz}$) okres sygnału o częstotliwości $f = \frac{1}{6}\ MHz$ można zmierzyć z mniejszym względnym błędem granicznym metodą pomiaru długości odcinka? Ekran oscyloskopu w poziomie podzielony jest na 10

działek. Przyjmij następującą zależność na błąd graniczny pomiaru okresu oscyloskopem:

$$\boldsymbol{\delta_g T_x = 3\% + \frac{0,1\,dz}{l_x} * 100\%}$$

$$l_{x_{MAX}} = 10\,dz$$

$$f = \frac{1}{6}\,MHz$$

$$T = \frac{1}{\frac{1}{6} * 10^6\,Hz} = 6\,\mu s$$

$$C_{x_1} = 1\frac{\mu s}{dz}$$

$$C_{x_2} = 2\frac{\mu s}{dz}$$

$$l_1 = \frac{T}{C_x} = \frac{6\,\mu s}{1\frac{\mu s}{dz}} = 6\,dz$$

$$l_2 = \frac{T}{C_x} = \frac{6\,\mu s}{2\frac{\mu s}{dz}} = 3\,dz$$

Liczba okresów, które zmieszczą się na ekranie oscyloskopu przy wybranej stałej czasowej.

$$\kappa_1 = \frac{10\,dz}{6\,dz} \approx 1$$

$$\kappa_2 = \frac{10\,\mu s}{3\,dz} \approx 3$$

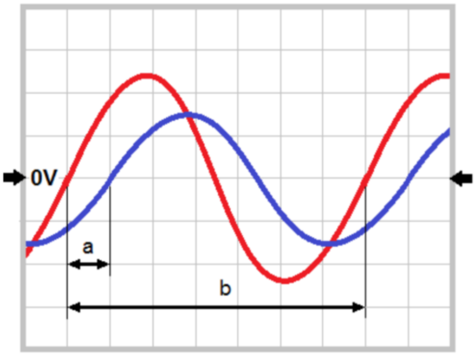
$$\delta_g T_x = 3\% + \frac{0,1\,dz}{l_x} * 100\%$$

$$\delta_g T_{x_1} = 3\% + \frac{0,1\,dz}{1 * 6\,dz} * 100\% = 4,66\% \ \approx 5\%$$

$$\delta_g T_{x_2} = 3\% + \frac{0,1\,dz}{3 * 3\,dz} * 100\% = 4,11\% \ \approx 5\%$$

Mniejszy błąd występuje dla stałej czasowej $C_x = 2\frac{\mu s}{dz}$

17. Wyprowadź wzór na błąd graniczny względny pomiaru oscyloskopem (metodą pomiaru długości odcinków) przesunięcia fazowego dwóch sygnałów sinusoidalnych przesuniętych w fazie. Przyjmij, że podczas pomiarów nie jest zmieniana podstawa czasu oscyloskopu.



$$\varphi = \frac{a}{b} * 360° = \frac{a}{b} * 2\pi$$

$$\delta_g \varphi = \frac{\Delta\varphi}{\varphi}$$

$$\Delta\varphi = \left|\frac{\partial\varphi}{\partial a}\right| * \Delta_g a + \left|\frac{\partial\varphi}{\partial b}\right| * \Delta_g b = \frac{1}{b} * \Delta_g a * 2\pi + \frac{a}{b^2} * \Delta_g b * 2\pi$$
$$= \frac{b}{b^2} * \Delta_g a * 2\pi + \frac{a}{b^2} * \Delta_g b * 2\pi$$
$$\delta_g\varphi = \frac{\frac{1}{b} * \Delta_g a * 2\pi + \frac{a}{b^2} * \Delta_g b * 2\pi}{\frac{a}{b} * 2\pi} = \left(\frac{b}{b^2} * \Delta_g a * 2\pi + \frac{a}{b^2} * \Delta_g b * 2\pi\right) * \frac{b}{a * 2\pi}$$
$$= \frac{\Delta_g a}{a} + \frac{\Delta_g b}{b} = \delta_g a + \delta_g b$$

18. Wyprowadź wzór na błąd graniczny pomiaru oscyloskopem (metodą pomiaru długości odcinków) współczynnika wypełnienia $\boldsymbol{\varepsilon}$ sygnału prostokątnego zdefiniowanego następującymi zależnościami:

a) $\boldsymbol{\varepsilon = \tau/T}$

b) $\boldsymbol{\varepsilon = \tau/(t+\tau)}$

Przyjmij, że podczas pomiarów nie jest zmieniana podstawa czasu oscyloskopu.

Dla $\varepsilon = \tau/T$:

$$\varepsilon = \frac{\tau}{T}$$
$$\delta_g\varepsilon = \frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon}$$
$$\Delta\varepsilon = \left|\frac{\partial\varepsilon}{\partial\tau}\right| * \Delta_g\tau + \left|\frac{\partial\varepsilon}{\partial T}\right| * \Delta_g T = \frac{1}{T} * \Delta_g\tau + \frac{\tau}{T^2} * \Delta_g T = \frac{T}{T^2} * \Delta_g\tau + \frac{\tau}{T^2} * \Delta_g T$$
$$\delta_g\varepsilon = \frac{\frac{T}{T^2} * \Delta_g\tau + \frac{\tau}{T^2} * \Delta_g T}{\frac{\tau}{T}} = \left(\frac{T}{T^2} * \Delta_g\tau + \frac{\tau}{T^2} * \Delta_g T\right) * \frac{T}{\tau} = \frac{\Delta_g\tau}{\tau} + \frac{\Delta_g T}{T} = \delta_g\tau + \delta_g T$$

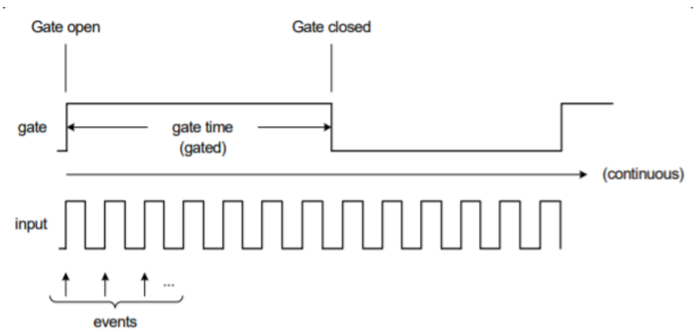
Dla $\varepsilon = \tau/(t+\tau)$:

$$\varepsilon = \frac{\tau}{(t+\tau)}$$
$$\delta_g\varepsilon = \frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon}$$

$$\Delta\varepsilon = \left|\frac{\partial\varepsilon}{\partial\tau}\right| * \Delta_g\tau + \left|\frac{\partial\varepsilon}{\partial T}\right| * \Delta_g t = \frac{t}{(t+\tau)^2} * \Delta_g\tau + \frac{\tau}{(t+\tau)^2} * \Delta_g t$$
$$\delta_g\varepsilon = \frac{\frac{t}{(t+\tau)^2} * \Delta_g\tau + \frac{\tau}{(t+\tau)^2} * \Delta_g t}{\frac{\tau}{(t+\tau)}} = \left(\frac{t}{(t+\tau)^2} * \Delta_g\tau + \frac{\tau}{(t+\tau)^2} * \Delta_g t\right) * \left(\frac{t+\tau}{\tau}\right)$$
$$= \frac{t}{(t+\tau) * \tau} * \Delta_g\tau + \frac{1}{(t+\tau)} * \Delta_g t = \frac{t * \Delta_g\tau}{(t+\tau) * \tau} + \frac{\Delta_g t}{(t+\tau)}$$
$$= \frac{\Delta_g\tau}{\tau} * \frac{t}{(t+\tau)} + \frac{\Delta_g t}{(t+\tau)} = \frac{\Delta_g\tau}{\tau} * \frac{t}{t * \left(1 + \frac{\tau}{t}\right)} + \frac{\Delta_g t}{\tau} * \frac{1}{\left(\frac{t}{\tau} + 1\right)}$$
$$= \delta_g\tau * \frac{1}{\left(1 + \frac{\tau}{t}\right)} + \delta_g t * \frac{1}{\left(1 + \frac{t}{\tau}\right)}$$

19. Opisz ideę metody bezpośredniej pomiaru częstotliwości częstościomierzem cyfrowym oraz przedstaw wyrażenie na błąd graniczny.

Częstościomierz zlicza liczbę impulsów w pewnym ustalonym czasie trwania.



Dla metody bezpośredniej:
W metodzie bezpośredniej zliczana jest liczba n okresów sygnału badanego o częstotliwości f_x we wzorcowym czasie T_B, a częstotliwość wyznaczana wprost z zależności

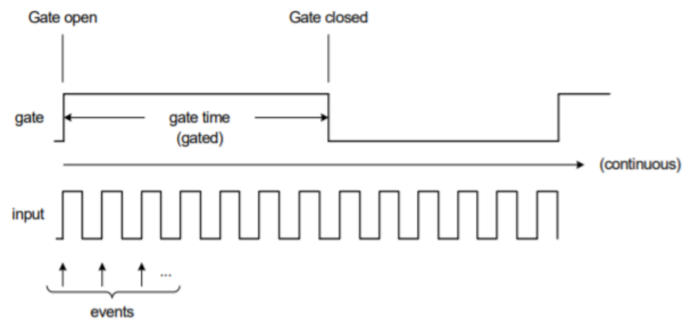
$$f_x = \frac{n}{T_B}$$

$$n = f_x * T_B$$

$$\delta_g f_x = \delta_g n + \delta_g f_w = \frac{\Delta n}{n} * 100\% + \delta_g f_w = \frac{1}{n} * 100\% + \delta_g f_w = \frac{1}{f_x * T_B} * 100\% + \delta_g f_w$$

20. Opisz ideę metody pośredniej pomiaru częstotliwości częstościomierzem cyfrowym oraz przedstaw wyrażenie na błąd graniczny. Wyjaśnij różnicę pomiędzy pomiarem okresu oraz pomiarem okresu średniego.

Częstościomierz zlicza liczbę impulsów w pewnym ustalonym czasie trwania.



Dla metody pośredniej:
W celu zwiększenia czasu otwarcia bramki (w zależności od wartości parametrów sygnału) częstotliwość sygnału badanego może być podzielona przez liczbę k, przy czym zwykle $k = 1, 10, 100, ...$. W takim przypadku bramka jest otwierana na czas równy wielokrotności okresu $k * T_{sygnału}$. W czasie otwarcia bramki zliczane są impulsy sygnału o częstotliwości f_w pochodzącego z generatora wzorcowego. Liczba n impulsów zliczonych przez licznik L, jest określona zależnością

$$n = k * T_x * f_w$$

$$T_x = \frac{n}{k * f_w}$$

$$f_x = \frac{k * f_w}{n}$$

W pomiarze okresu, czas otwarcia bramki w częstościomierzu równy jest czasowi trwania jednego okresu sygnału. Inaczej: mierzymy jeden okres.
W pomiarze okresu średniego, czas otwarcia bramki w częstościomierzu równy jest wielokrotności czasu trwania jednego okresu sygnału zgodnie z zależnością. Inaczej: mierzymy kilka okresów:
$T_{Bramki} = k * T_{sygnału}$, gzie $k = 1, 10, 100, ...$.

$$\delta_g f_x = \delta_g n + \delta_g f_w = \frac{\Delta n}{n} * 100\% + \delta_g f_w = \frac{1}{n} * 100\% + \delta_g f_w$$
$$= \frac{1}{k * T_x * f_w} * 100\% + \delta_g f_w = \frac{f_x}{k * f_w} * 100\% + \delta_g f_w$$

21. Przyjmując, że częstotliwość wzorca jest równa f_w i pomijając jej niestabilność, wyznacz wartość częstotliwości mierzonej f_x, dla której graniczny błąd pomiaru częstotliwości metodą bezpośrednią przy czasie otwarcia bramki $T_B = m * T_w$, gdzie $T_w = 1/f_w$, jest mniejszy od błędu pomiaru metodą pośrednią (poprzez pomiar okresu średniego ze współczynnikiem k).

$$\frac{f_x}{k * f_w} * 100\% + \delta_g f_w > \frac{1}{f_x * T_B} * 100\% + \delta_g f_w$$
$$\frac{f_x}{k * f_w} * 100\% > \frac{1}{f_x * T_B} * 100\%$$
$$\frac{f_x}{k * f_w} > \frac{1}{f_x * T_B}$$
$$\frac{f_x}{k * f_w} > \frac{f_w}{f_x * m}$$
$$\frac{{f_x}^2}{k * f_w} > \frac{f_w}{m}$$
$$\frac{{f_x}^2}{k} > \frac{{f_w}^2}{m}$$
$${f_x}^2 > \frac{{f_w}^2 * k}{m}$$
$${f_x}^2 > {f_w}^2 * \frac{k}{m}$$
$$\sqrt{{f_x}^2} > \sqrt{{f_w}^2 * \frac{k}{m}}$$
$$f_x > f_w * \sqrt{\frac{k}{m}}$$

22. Częstościomierz cyfrowy w trybie zliczania impulsów sygnału we wzorcowym przedziale czasu dokonał zliczenia 2500 impulsów dla czasu otwarcia bramki równego 2 s. Oblicz okres badanego przebiegu oraz błąd graniczny pomiaru okresu przy założeniu, że składnik błędu związany ze stabilnością wewnętrznego generatora wzorcowego jest pomijalnie mały.

$$T_B = 2s$$
$$f_x = \frac{n}{T_B}$$
$$f_x = \frac{1}{T_x}$$
$$\frac{1}{T_x} = \frac{n}{T_B}$$
$$T_x = \frac{T_B}{n}$$
$$T_x = \frac{2\,s}{2500} = 800\,\mu s$$
$$\delta_g T_x = \delta_g f_x = \frac{1}{f_x * T_B} * 100\% + \delta_g f_w = \frac{T_x}{T_B} * 100\% + \delta_g f_w$$

Z założenia $\delta_g f_w = 0$

$$\delta_g T_x = \frac{800\ \mu s}{2 * 10^6\ \mu s} * 100\% = 0{,}04\ \%$$

23. Częstościomierzem cyfrowym w trybie zliczania impulsów sygnału we wzorcowym przedziale czasu dokonano dwukrotnego pomiaru częstotliwości sygnału badanego. W pierwszym pomiarze uzyskano 5000 impulsów w czasie 1 s, w drugim uzyskano 50002 impulsów w czasie 10 s. Który z pomiarów jest dokładniejszy? Odpowiedź uzasadnij.

$$\delta_g f_x = \frac{1}{n} * 100\% + \delta_g f_w$$
$$\delta_g f_w = const$$

Załóżmy, że $\delta_g f_w = 0$
Dla 5000 impulsów:

$$\delta_g f_x = \frac{1}{5000} * 100\% = 0{,}02\%$$

Dla 50002 impulsów:

$$\delta_g f_x = \frac{1}{50002} * 100\% = 0{,}002\%$$

Drugi pomiar jest dokładniejszy.
Można wywnioskować, że im więcej impulsów zmierzymy, tym błąd graniczny pomiaru maleje. Inaczej: im bramka jest dłużej otwarta (dłuższy pomiar względem częstotliwości wzorcowej), tym błąd graniczny pomiaru maleje.

24. Dla jakiej wartości współczynnika podziału częstotliwości k pomiar sygnału okresowego o częstotliwości 10 kHz metodą pomiaru okresu średniego obarczony jest błędem granicznym nie większym niż 10^{-4}? Częstotliwość sygnału wzorcowego wynosi 10 MHz natomiast niestałość tej częstotliwości wyrażona jest względnym błędem granicznym o wartości 10^{-7}.

Założenie:

$$\delta_g f_x \leq 10^{-4}$$
$$k \in \mathbb{Z}$$

Dane:

$$\delta_g f_w = 10^{-7}$$
$$f_x = 10^5\ Hz$$
$$f_w = 10^7\ Hz$$

$$\delta_g f_x = \frac{f_x}{k * f_w} * 100\% + \delta_g f_w$$
$$\frac{f_x}{k * f_w} * 100\% + \delta_g f_w \geq 10^{-4}$$
$$\frac{10^7\ Hz}{k * 10^7\ Hz} + 10^{-7} \geq 10^{-4}$$
$$\frac{1}{k} + 10^{-7} \geq 10^{-4}$$
$$\frac{10^4}{k} + 10^{-3} \geq 1$$
$$\frac{10^4}{k} + 10^{-3} - 1 \geq 0$$
$$10^4 + (10^{-3} - 1) * k \geq 0$$
$$(10^{-3} - 1) * k \geq -10^4$$

$$k \geq \frac{-10^4}{10^{-3}-1}$$
$$k \geq 10010{,}01$$

Zatem

$$k \geq 10011$$

25. Jak długo musiałby trwać pomiar sygnału o częstotliwości 10 kHz metodą bezpośrednią za pomocą częstościomierza cyfrowego, aby składnik związany z względną niestałością częstotliwości generatora wzorcowego równy 10^{-7} stanowił połowę całkowitego błędu granicznego pomiaru?

$$\delta_g f_x = \frac{1}{f_x * T_B} * 100\% + \delta_g f_w$$

Założenie:

$$\delta_g f_w = 10^{-7}$$
$$\delta_g f_w = \frac{\delta_g f_x}{2}$$
$$\delta_g f_x = \delta_g f_w * 2$$
$$\frac{1}{f_x * T_B} * 100\% = \delta_g f_w * 2 - \delta_g f_w$$
$$100\% = \left(\delta_g f_w * 2 - \delta_g f_w\right) * f_x * T_B$$
$$T_B = \frac{1}{\left(\delta_g f_w * 2 - \delta_g f_w\right) * f_x} = \frac{1}{\left(\delta_g f_w * 2 - \delta_g f_w\right)} * \frac{1}{f_x}$$

$$T_B = \frac{1}{\left(\delta_g f_w * 2 - \delta_g f_w\right) * f_x} = \frac{1}{(10^{-7} * 2 - 10^{-7})} * \frac{1}{10^4 Hz} = \frac{1}{(10^{-7} * 2 - 10^{-7})} * \frac{1}{10^4 Hz}$$
$$= \frac{1}{10^{-3} * 2 - 10^{-3}} s = 1000\ s$$