Uniwersytet Kardynała Stefana Wyszyńskiego
Wydział Matematyczno-Przyrodniczy
Szkoła Nauk Ścisłych

Egzamin z przedmiotu: Badania Operacyjne

30-01-2007

1 Zadania

Przykład 1.1.
Rozwiązać metodą sympleks następujące zagadnienie programowania liniowego oraz zweryfikować uzyskane rozwiązanie metodą graficzną

$$\max_{x_i} z = 4x_1 + 1x_2$$

przy ograniczeniach:

$$\begin{array}{llcl} 1x_1 & +2x_2 & \geqslant & 2 \\ 3x_1 & -3x_2 & \leqslant & 3 \\ 1x_1 & & \leqslant & 6 \\ & +1x_2 & \leqslant & 6 \end{array}$$

$$\forall i \; x_i \geqslant 0$$

2 Test

Zadanie 2.1.
Dane jest następujące zagadnienie optymalizacyjne

$$\max f(x) = 3x_1 + x_2$$

przy ograniczeniach

$$\begin{array}{rcr} |2x_1 - 6| & \leqslant & 2x_2 \\ \frac{6}{\alpha}x_1 + x_2 & \leqslant & 6 \end{array}$$
$$x_i \geqslant 0,\ i = 1, 2$$

gdzie $\alpha \in \mathbb{R}$ oraz $\alpha > 0$. Wyznacz rozwiązanie optymalne powyższego zagadnienia w zależności od parametru α.

Zadanie 2.2.
Zapisać zagadnienie dualne dla następującego zagadnienia pierwotnego

$$\max_{x \in \mathbb{R}^3} 6x_1 - 6x_2 + 6x_3$$

przy ograniczeniach:

$$\begin{array}{rrrcr} -2x_1 & -2x_2 & +5x_3 & \leqslant & -2 \\ 4x_1 & +1x_2 & -2x_3 & \geqslant & 2 \\ & +8x_2 & -2x_3 & = & -5 \end{array}$$
$$\forall i \quad x_i \geqslant 0$$

Zadanie 2.3.
Znaleźć rozwiązanie początkowe metodą kąta północno-zachodniego i obliczyć kolejną tablicę w zagadnieniu transportowym w zależności od parametru $p \in \mathbb{R}$

$$c_{ij} = \begin{bmatrix} 2 & 6 & 3 & 3+p \\ 3 & 5 & 4 & 9 \\ 3 & 3 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$
$$a_1 = 2,\ a_2 = 3,\ a_3 = 4$$
$$b_1 = 4,\ b_2 = 3,\ b_3 = 1,\ b_4 = 1$$

3 Rozwiązania

Rozwiązanie zadania 1

Rozwiązanie
Sprowadzamy zadanie do postaci standardowej i otrzymujemy

$$\min_{x_i} z = 4x_1 - 1x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6$$

przy ograniczeniach:

$$\begin{array}{rrrrrrcr} 1x_1 & +2x_2 & -1x_3 & & & & = & 2 \\ 3x_1 & -3x_2 & & +1x_4 & & & = & 3 \\ 1x_1 & & & & +1x_5 & & = & 6 \\ & +1x_2 & & & & +1x_6 & = & 6 \end{array}$$
$$\forall i\ x_i \geqslant 0$$

Po dodaniu zmiennych sztucznych otrzymujemy

$$\min_{x_i} z = 4x_1 - 1x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6 + wx_7$$

przy ograniczeniach:

$$
\begin{array}{rrrrrrrcl}
1x_1 & +2x_2 & -1x_3 & & & & +1x_7 & = & 2 \\
3x_1 & -3x_2 & & +1x_4 & & & & = & 3 \\
1x_1 & & & & +1x_5 & & & = & 6 \\
 & +1x_2 & & & & +1x_6 & & = & 6
\end{array}
$$

$$\forall i \; x_i \geqslant 0$$

Przechodzimy do rozwiązania metodą sympleks

KROK I Tablica początkowa metody sympleks

				4	−1	0	0	0	0	w
i	BAZA	c	P_0	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7
1	P_7	w	2	1	$\boxed{2}$	−1	0	0	0	1
2	P_4	0	3	3	−3	0	1	0	0	0
3	P_5	0	6	1	0	0	0	1	0	0
4	P_6	0	6	0	1	0	0	0	1	0
5	$z_j - c_j$		0	−4	1	0	0	0	0	0
6			2	1	2	−1	0	0	0	0

KROK II Kolejna tablica sympleks wygląda następująco

				4	−1	0	0	0	0
i	BAZA	c	P_0	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6
1	P_2	−1	1	$\frac{1}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$	0	0	0
2	P_4	0	6	$\frac{9}{2}$	0	$-\frac{3}{2}$	1	0	0
3	P_5	0	6	1	0	0	0	1	0
4	P_6	0	5	$-\frac{1}{2}$	0	$\boxed{\frac{1}{2}}$	0	0	1
5	$z_j - c_j$		−1	$-\frac{9}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	0	0	0

KROK III Kolejna tablica sympleks wygląda następująco

				4	−1	0	0	0	0
i	BAZA	c	P_0	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6
1	P_2	−1	6	0	1	0	0	0	1
2	P_4	0	21	3	0	0	1	0	3
3	P_5	0	6	1	0	0	0	1	0
4	P_3	0	10	−1	0	1	0	0	2
5	$z_j - c_j$		−6	−4	0	0	0	0	−1

STOP – Znaleziono rozwiązanie optymalne

Odpowiedź

Rozwiązaniem zadania jest punkt $\hat{x} = \begin{bmatrix} 0 & 6 \end{bmatrix}^T$. Natomiast optymalna wartość funkcji celu to $c^T\hat{x} = 6$.