



BADANIA OPERACYJNE

KOLOKWIVM

25-04-2006

Zadania

Należy rozwiązać podane niżej zadania. Rozwiązania powinny być poparte uzasadnieniem (albo algorytmicznym albo słownym). Podanie samego rozwiązania (albo odpowiedzi np „tak” lub „nie”) nie będzie punktowane.

Uwaga! Zadania należy traktować całościowo i rozwiązywać je w sposób pozwalający na znalezienie rozwiązań i odpowiedzenie na pytania z nim związane. Dlatego *przed przystąpieniem do rozwiązania zadania należy zapoznać się z całą jego treścią.*

Zadanie 1 (25 pkt.)

- (15 pkt.) Znaleźć rozwiązanie następującego zagadnienia programowania liniowego oraz podać wartość funkcji celu dla znalezionej punktu optymalnego.

$$\min z = 4x_1 + 18x_2 - 4x_3 \quad (1)$$

przy ograniczeniach

$$\begin{aligned} -2x_1 + 4x_2 - 2x_3 &\geq 1 \\ 4x_1 + 2x_2 + 4x_3 &\geq 2 \end{aligned} \quad (2)$$

$$4x_1 - 2x_2 - 1x_3 \geq 3$$

$$-3x_1 - 1x_2 - 3x_3 \leq 4$$

$$\forall j \quad x_j \geq 0 \quad (3)$$

- (5 pkt.) Jaka będzie wartość funkcji celu, jeśli zmienione zostanie ograniczenie pierwsze na

$$-2x_1 + 4x_2 - 2x_3 \geq 1.1 \quad (4)$$

- (5 pkt.) Jak zmieni się rozwiązanie optymalne, jeśli do ograniczeń dodane zostanie ograniczenie

$$8x_1 + 4x_2 + 8x_3 \geq 4 \quad (5)$$

Zadanie 2 (20 pkt.)

- (15 pkt.) Znaleźć optymalny rozkład produktów w zagadnieniu transportowym programowania liniowego. Odpowiednie stany magazynów a_i , zapotrzebowania odbiorców b_j oraz macierz kosztów są postaci:

$$a_1 = 7, a_2 = 4, a_3 = 6, \quad b_1 = 2, b_2 = 4, b_3 = 5, b_4 = 4 \quad (6)$$

$$c_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & 1 \\ 8 & 3 & 5 & 4 \end{bmatrix} \quad (7)$$

- (5 pkt) Czy jeśli zmienione zostanie zapotrzebowanie odbiorcy b_2 na 3 to w rozwiązaniu optymalnym ilość przewiezionego towaru z magazynu 1 do odbiorcy 2 przyjmie wartość 3.5?

Zadanie 3 (5 pkt.)

Pokazać, że jeśli $X \subset \mathbb{R}^n$ jest zbiorem wypukłym oraz $f: X \rightarrow \mathbb{R}^m$ jest funkcją liniową, to obraz zbioru X , tzn.

$$f(X) = \{y: y = f(x), x \in X\} \quad (8)$$

jest zbiorem wypukłym.