Uniwersytet Kardynała Stefana Wyszyńskiego
Wydział Matematyczno-Przyrodniczy
Szkoła Nauk Ścisłych

Metody Rozmyte i Algorytmy Ewolucyjne

Egzamin, termin 0

01-06-2007

Zadanie 1 (10 pkt.)

Dany jest następujący rozmyty system wnioskujący. Bazę reguł stanowią

$R^{(1)}$: JEŻELI temperatura jest mała I wilgotność jest duża TO podlewaj skromnie

$R^{(2)}$: JEŻELI temperatura jest duża I wilgotność jest mała TO podlewaj obficie

gdzie zbiory „mała” i „duża” dla temperatury są zbiorami rozmytymi o następujących funkcjach przynależności

$$\mu_M(x) = \begin{cases} 1 & \text{dla } x < 10 \\ -0.1x + 2 & \text{dla } 10 \leqslant x < 20 \\ 0 & \text{dla } x \geqslant 20 \end{cases} \qquad \mu_D(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x < 10 \\ 0.1x - 1 & \text{dla } 10 \leqslant x < 20 \\ 1 & \text{dla } x \geqslant 20 \end{cases}$$

natomiast zbiory „mała” i „duża” dla wilgotności są zbiorami rozmytymi o następujących funkcjach przynależności

$$\mu_M(x) = \begin{cases} 1 & \text{dla } x < 50 \\ -0.05x + 3.5 & \text{dla } 50 \leqslant x < 70 \\ 0 & \text{dla } x \geqslant 70 \end{cases} \qquad \mu_D(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x < 50 \\ 0.05x - 2.5 & \text{dla } 50 \leqslant x < 70 \\ 1 & \text{dla } x \geqslant 70 \end{cases}$$

Zbiory rozmyte dla operacji podlewania, czyli „skromnie” i „obficie” mają następujące funkcje przynależności

$$\mu_S(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x < 0 \\ 0.1x & \text{dla } 0 \leqslant x < 10 \\ -0.1x + 2 & \text{dla } 10 \leqslant x < 20 \\ 0 & \text{dla } x \geqslant 20 \end{cases} \qquad \mu_O(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x < 10 \\ 0.1x - 1 & \text{dla } 10 \leqslant x < 20 \\ -0.1x + 3 & \text{dla } 20 \leqslant x < 30 \\ 0 & \text{dla } x \geqslant 30 \end{cases}$$

Oblicz, jaka będzie decyzja systemu dla zmierzonej temperatury $\bar{x}_T = 12$ oraz wilgotności $\bar{x}_V = 60$ przy założeniu, że blok wyostrzania działa według zasady środka ciężkości.

Zadanie 2 (10 pkt.)

Wykonaj jeden krok algorytmu ewolucyjnego z reprodukcją turniejową (rozmiar turnieju 3), bez krzyżowania oraz mutacją z rozkładem normalnym o wariancji $\sigma = 4$ i ograniczeniu kostkowym na każdy z genów

$$0 \leqslant X_i \leqslant 10$$

stosując metodę uwzględniania ich przy pomocy naprawy do brzegu zbioru. Zakłada się, że populacja bazowa składa się z następujących osobników o kodowaniu rzeczywistoliczbowym

$$X_1 = \begin{bmatrix} 2 & 3 \end{bmatrix} \quad X_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} \quad X_3 = \begin{bmatrix} 2 & 8 \end{bmatrix}$$
$$X_4 = \begin{bmatrix} 9 & 2 \end{bmatrix} \quad X_5 = \begin{bmatrix} 2 & 5 \end{bmatrix} \quad X_6 = \begin{bmatrix} 3 & 1 \end{bmatrix}$$

Natomiast odpowiadające im oceny wynoszą

$$f(X_1) = 2 \quad f(X_2) = 1 \quad f(X_3) = 5$$
$$f(X_4) = 3 \quad f(X_5) = 8 \quad f(X_6) = 2$$

Generator liczb z rozkładu jednostajnego na odcinku $(0, 1)$ zwróci kolejno liczby

$$u_i = 1, \frac{1}{5}, \frac{3}{5}, \frac{1}{2}, \frac{9}{10}, \frac{4}{5}, \frac{1}{2}, 0, \frac{4}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{9}{10}, \frac{7}{10}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{9}{10}, \frac{9}{10}, \frac{2}{5}, \frac{9}{10}, \frac{1}{10}, \frac{2}{5}, \frac{4}{5}, 0, \frac{1}{10}, \frac{1}{5}, \frac{1}{5}, \frac{3}{5}, \frac{3}{10}, \frac{1}{5}$$

Generator liczb ze standardowego rozkładu normalnego zwróci kolejno liczby

$$n_i = 0, -\frac{3}{10}, \frac{11}{10}, -\frac{19}{10}, \frac{2}{5}, \frac{9}{10}, \frac{7}{10}, \frac{3}{5}, 0, \frac{7}{10}, \frac{3}{5}, -\frac{3}{10}, -\frac{2}{5}, -\frac{3}{10}, -\frac{3}{2}$$

Zadanie 3 (5 pkt.)

Czy algorytm genetyczny dla populacji z osobnikami dwugenowymi o genach X i Y bez operatora krzyżowania, a jedynie z mutacją daną wzorem

$$X' = X + \xi_1$$
$$Y' = Y + \xi_2$$

gdzie $\xi_i,\ i = 1,2$ są niezależnymi zmiennymi losowymi o rozkładzie jednostajnym na odcinku $(0,2)$ jest spójny? Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 4 (5 pkt.)

Czy operator krzyżowania dwóch osobników $X, Y \in \mathbb{R}^n$ dany wzorem

$$Z = \xi X + (\frac{1}{2} - \xi)Y$$

gdzie ξ jest zmienną losową o rozkładzie jednostajnym na odcinku $(0, \frac{1}{2})$ jest operatorem nieobciążonym? Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 5 (5 pkt.)

Dla jakich rozmiarów turnieju w reprodukcji turniejowej (ze zwracaniem) nacisk selektywny jest mały, a dla jakich duży? Uzasadnienie poprzyj przykładem — oblicz prawdopodobieństwo reprodukcji najlepszego osobnika w populacji 4 osobników, których wartości przystosowania wynoszą

$$f(X_1) = 1, \quad f(X_2) = 2, \quad f(X_3) = 3, \quad f(X_4) = 4$$

dla dwóch rozmiarów turnieju $t_1 = 2$ oraz $t_2 = 3$.

Zadanie 6 (5 pkt.)

Wyjaśnij, co to jest singleton i kiedy się go stosuje.

Zadanie 7 (5 pkt.)

Narysuj schemat (pętlę) algorytmu ewolucyjnego. Wyjaśnij cel i działanie każdego z elementów tejże pętli.

Zadanie 8 (5 pkt.)

Dla zbioru rozmytego danego następującą funkcją przynależności

$$\mu(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

gdzie $\mu = 1$, $\sigma = 2$. Podaj, czy jest on zbiorem normalnym, podaj jego wysokość, nośnik i jądro.

Zadanie 9 (5 pkt.)

Wyjaśnij pojęcie eksploracji i eksploatacji. Załóżmy, że algorytm ewolucyjny ma operator mutacji postaci

$$X_i' = X_i + \xi_{U(-\sigma,\sigma)}$$

gdzie $\xi_{U(-\sigma,\sigma)}$ jest zmienną losową o rozkładzie jednostajnym na odcinku $(-\sigma, \sigma)$. Dla jakich wartości parametru σ algorytm ten będzie bardziej eksploratywny, a dla jakiej eksploatywny?

Zadanie 10 (5 pkt.)

Dla minimalizowanej funkcji oraz ograniczenia postaci

$$f(x) = -\frac{1}{2}x + 10, \quad 0 \leqslant x \leqslant 7$$

zapisz zmodyfikowaną funkcję celu tak, aby przeprowadzać minimalizację bez ograniczeń stosując metodę zewnętrznej funkcji kary. Narysuj wykres zaproponowanej funkcji.