

Metody Rozmyte i Algorytmy Ewolucyjne

mgr inż. Piotr Kaczyński

Wydział Matematyczno-Przyrodniczy
Szkoła Nauk Ścisłych
Uniwersytet Kardynała Stefana Wyszyńskiego

Wnioskowanie rozmyte

Modyfikatory

Koncentracja
Rozcieńczenie

Rozmyty system wnioskujący typu Mamdaniego

Baza reguł i rozmywanie
Blok wnioskowania
Blok wyostrażania

Rozmyty system wnioskujący typu Takagi-Sugeno

Reguły typu Takagi-Sugeno
Wnioskowanie



Koncentracja

Definition

Koncentracja zbioru rozmytego A to zbiór rozmyty $CON(A)$ o funkcji przynależności

$$\mu_{CON(A)}(x) = (\mu_A(x))^2$$

- ▶ Koncentracja oznacza zmniejszenie rozmycia,
- ▶ Można utożsamiać z dodaniem przymiotnika „bardzo”
- ▶ Wysoki \rightarrow bardzo wysoki



Rozcieńczenie

Definition

Rozcieńczenie zbioru rozmytego A to zbiór rozmyty $DIL(A)$ o funkcji przynależności

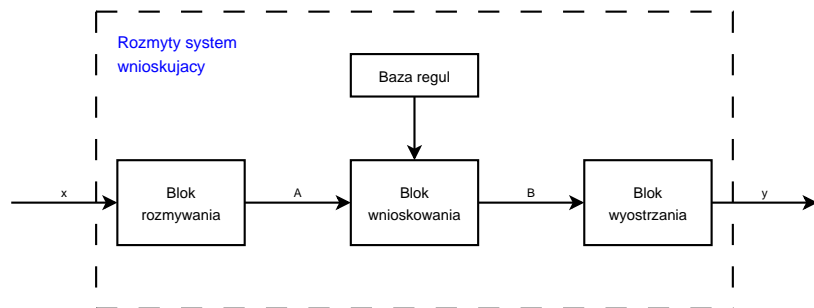
$$\mu_{DIL(A)}(x) = (\mu_A(x))^{\frac{1}{2}}$$

- ▶ Rozcieńczenie oznacza zwiększenie rozmycia,
- ▶ Można utożsamiać z dodaniem przymiotnika „około” lub „mniej więcej”
- ▶ Bogaty \rightarrow mniej więcej bogaty



Rozmyty system wnioskujący

- ▶ Zastosowanie reguł eksperckich do wnioskowania maszynowego,
- ▶ Wiele zastosowań w praktyce
 - ▶ Regulatory rozmyte,
 - ▶ Wykrywanie chorób,
 - ▶ Pomiar ciśnienia,



Baza reguł — zasady

- ▶ Baza reguł powinna być **kompletna**,
 - ▶ Każda kombinacja zbiorów rozmytych musi znaleźć się w poprzedniku jakiejś reguły,

Example

Przykład Jeśli układ ma 2 wejścia, pierwsze z nich opisane jest trzema zbiorami rozmytymi, drugie dwoma, to reguła powinna być 6,

- ▶ Konieczne określenie zbiorów rozmytych dla każdego z wejść,
- ▶ Wymagana wiedza ekspercka,



Baza reguł

- ▶ Zbiór reguł wnioskowania,
- ▶ Reprezentują wiedzę ekspercką,
- ▶ **Poprzednik** zawiera zbiór warunków,
- ▶ **Następnik** zawiera wniosek.

Definition

Bazę reguł stanowi zbiór rozmytych reguł $R^{(k)}$, $k = 1, \dots, N$, postaci

$R^{(k)}$: JEŻELI x_1 jest A_1^k I x_2 jest A_2^k I ... I x_n jest A_n^k TO y jest B^k

gdzie N to liczba reguł, A_i^k , B^k — zbiory rozmyte takie, że

$$A_i^k \subset X_i \subset \mathbb{R}, \quad B^k \subset Y \subset \mathbb{R}$$



Blok rozmywania

- ▶ Najczęściej stosowana operacja typu singleton,
- ▶ Dla wartości wejściowej \bar{x} funkcja przynależności ma postać

$$\mu_A(x) = \delta(x - \bar{x}) = \begin{cases} 1 & \text{jeżeli } x = \bar{x} \\ 0 & \text{jeżeli } x \neq \bar{x} \end{cases}$$

- ▶ Możliwe inne operacje rozmywania (pomiar z błędem)

$$\mu_A(x) = e^{-\frac{x^2}{\delta}}$$

gdzie $\delta > 0$



Blok wnioskowania

1. Operacje logiczne na poprzednikach (min),
 2. Operacja implikacji (min),
 3. Operacja agregacji (max)
- ▶ Możliwość dobrania różnych operatorów do różnych operacji,
 - ▶ Wynikiem jest zbiór rozmyty

Wnioskowanie — przykład

Przykład

$R^{(1)}$: JEŻELI x_1 jest A_1^1 I x_2 jest A_2^1 TO y jest B^1

$R^{(2)}$: JEŻELI x_1 jest A_1^2 I x_2 jest A_2^2 TO y jest B^2



Blok wyostrzania

- ▶ Odwzorowuje wynik rozmyty na liczbę rzeczywistą,
- ▶ Problem wyboru metody wyostrzania,
- ▶ Różne metody
 - ▶ Metoda środka ciężkości,

$$\bar{y} = \frac{\int_Y y \mu_{\bar{B}}(y) dy}{\int_Y \mu_{\bar{B}}(y) dy}$$

- ▶ Metoda maksimum

$$\bar{y} = \sup_y \mu_{\bar{B}}(y)$$

Przykład

Przykład

Napiwek w restauracji (wybór męża).



Rozmyty system wnioskujący Takagi-Sugeno

- ▶ Inny typ reguł,
 - ▶ Poprzednik reguły taki sam, jak dla systemu Mamdaniego,
 - ▶ Następnik reguły to pewna funkcja zmiennych wejściowych,
- ▶ Brak bloku wyostrzania,
- ▶ Agregacja wyników reguł na podstawie siły ich „odpalenia”,
- ▶ Wystarczy obliczyć operację iloczynu (spójnik „i”),

Reguły typu Takagi-Sugeno

Definition

Bazę reguł stanowi zbiór rozmytych reguł $R^{(k)}$, $k = 1, \dots, N$, postaci

$$R^{(k)}: \text{ JEŻELI } x_1 \text{ jest } A_1^k \text{ I } x_2 \text{ jest } A_2^k \text{ I } \dots \text{ I } x_n \text{ jest } A_n^k \text{ TO} \\ y = f_k(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

gdzie N to liczba reguł, A_i^k — zbiory rozmyte takie, że

$$A_i^k \subset X_i \subset \mathbb{R}$$

natomiast f jest pewną funkcją rzeczywistą $f: \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}$



Wnioskowanie w modelu Takagi-Sugeno

- ▶ Suma ważona po mocach „odpalenia” reguł,
- ▶ Obliczenie przynależności i agregacja operatorem iloczynu,
- ▶ Wynik wnioskowania dany wzorem

$$\bar{y} = \frac{\sum_{k=1}^N H_k f_k(x_1, \dots, x_n)}{\sum_{k=1}^N H_k}$$

gdzie H_k dany jest na przykład jako

$$H_k = \mu_{A_1^k}(\bar{x}_1) \cdot \dots \cdot \mu_{A_n^k}(\bar{x}_n)$$

lub

$$H_k = \min(\mu_{A_1^k}(\bar{x}_1), \dots, \mu_{A_n^k}(\bar{x}_n))$$

- ▶ Nie jest potrzebna operacja wyostrzania,

Przykład

Przykład

Aproksymacja funkcji nieliniowej funkcjami liniowymi.

