Metody Rozmyte i Algorytmy Ewolucyjne

mgr inż. Piotr Kaczyński

Wydział Matematyczno-Przyrodniczy
Szkoła Nauk Ścisłych
Uniwersytet Kardynała Stefana Wyszyńskiego

Wnioskowanie rozmyte

Plan wykładu

Koncentracja

Definition

Koncentracja zbioru rozmytego A to zbiór rozmyty $CON(A)$ o funkcji przynależności

$$\mu_{CON(A)}(x) = (\mu_A(x))^2$$

- Koncentracja oznacza zmniejszenie rozmycia,
- Można utożsamiać z dodaniem przymiotnika „bardzo”
- Wysoki $\rightarrow$ bardzo wysoki

Rozcieńczenie

Definition

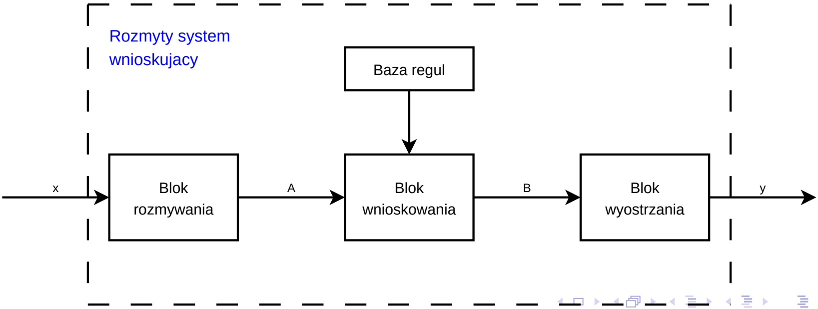
Rozcieńczenie zbioru rozmytego A to zbiór rozmyty $DIL(A)$ o funkcji przynależności

$$\mu_{DIL(A)}(x) = (\mu_A(x))^{\frac{1}{2}}$$

- Rozcieńczenie oznacza zwiększenie rozmycia,
- Można utożsamiać z dodaniem przymiotnika „około” lub „mniej więcej”
- Bogaty $\rightarrow$ mniej więcej bogaty

Rozmyty system wnioskujący

- Zastosowanie reguł eksperckich do wnioskowania maszynowego,
- Wiele zastosowań w praktyce
  - Regulatory rozmyte,
  - Wykrywanie chorób,
  - Pomiar ciśnienia,



Baza reguł

- Zbiór reguł wnioskowania,
- Reprezentują wiedzę ekspercką,
- Poprzednik zawiera zbiór warunków,
- Następnik zawiera wniosek.

Definition

Bazę reguł stanowi zbiór rozmytych reguł $R^{(k)}$, $k = 1, \ldots, N$, postaci

$R^{(k)}$: JEŻELI x_1 jest A_1^k I x_2 jest A_2^k I ... I x_n jest A_n^k TO y jest B^k

gdzie N to liczba reguł, A_i^k, B^k — zbiory rozmyte takie, że

$$A_i^k \subset X_i \subset \mathbb{R}, \quad B^k \subset Y \subset \mathbb{R}$$

Baza reguł — zasady

- Baza reguł powinna być kompletna,
  - Każda kombinacja zbiorów rozmytych musi znaleźć się w poprzedniku jakiejś reguły,

Example

Przykład Jeśli układ ma 2 wejścia, pierwsze z nich opisane jest trzema zbiorami rozmytymi, drugie dwoma, to reguł powinno być 6,

- Konieczne określenie zbiorów rozmytych dla każdego z wejść,
- Wymagana wiedza ekspercka,

Blok rozmywania

- Najczęściej stosowana operacja typu singleton,
- Dla wartości wejściowej $\bar{x}$ funkcja przynależności ma postać

$$\mu_A(x) = \delta(x - \bar{x}) = \begin{cases} 1 & \text{jeżeli } x = \bar{x} \\ 0 & \text{jeżeli } x \neq \bar{x} \end{cases}$$

- Możliwe inne operacje rozmywania (pomiar z błędem)

$$\mu_A(x) = e^{-\frac{x^2}{\delta}}$$

gdzie $\delta > 0$

Blok wnioskowania

1. Operacje logiczne na poprzednikach (min),
2. Operacja implikacji (min),
3. Operacja agregacji (max)

- Możliwość dobrania różnych operatorów do różnych operacji,
- Wynikiem jest zbiór rozmyty

Wnioskowanie — przykład

Przykład

$$R^{(1)}: \text{ JEŻELI } x_1 \text{ jest } A_1^1 \text{ I } x_2 \text{ jest } A_2^1 \text{ TO } y \text{ jest } B^1$$
$$R^{(2)}: \text{ JEŻELI } x_1 \text{ jest } A_1^2 \text{ I } x_2 \text{ jest } A_2^2 \text{ TO } y \text{ jest } B^2$$

Blok wyostrzania

- Odwzorowuje wynik rozmyty na liczbę rzeczywistą,
- Problem wyboru metody wyostrzania,
- Różne metody
    - Metoda środka ciężkości,

$$\bar{y} = \frac{\int_Y y \mu_{\bar{B}}(y) dy}{\int_Y \mu_{\bar{B}}(y) dy}$$

    - Metoda maksimum

$$\bar{y} = \sup_{y} \in Y \mu_{\bar{B}}(y)$$

Przykład

Przykład

Napiwek w restauracji (wybór męża).

Rozmyty system wnioskujący Takagi-Sugeno

- Inny typ reguł,
  - Poprzednik reguły taki sam, jak dla systemu Mamdaniego,
  - Następnik reguły to pewna funkcja zmiennych wejściowych,
- Brak bloku wyostrzania,
- Agregacja wyników reguł na podstawie siły ich „odpalenia”,
- Wystarczy obliczyć operację iloczynu (spójnik „i”),

Reguły typu Takagi-Sugeno

Definition

Bazę reguł stanowi zbiór rozmytych reguł $R^{(k)}$, $k = 1, \ldots, N$, postaci

$$\begin{aligned} R^{(k)}: \quad & \text{JEŻELI } x_1 \text{ jest } A_1^k \text{ I } x_2 \text{ jest } A_2^k \text{ I } \ldots \text{ I } x_n \text{ jest } A_n^k \text{ TO} \\ & y = f_k(x_1, x_2, \ldots, x_n) \end{aligned}$$

gdzie N to liczba reguł, A_i^k — zbiory rozmyte takie, że

$$A_i^k \subset X_i \subset \mathbb{R}$$

natomiast f jest pewną funkcją rzeczywistą $f : \mathbb{R}^N \to \mathbb{R}$

Wnioskowanie w modelu Takagi-Sugeno

- Suma ważona po mocach „odpalenia” reguł,
- Obliczenie przynależności i agregacja operatorem iloczynu,
- Wynik wnioskowania dany wzorem

$$\bar{y} = \frac{\sum_{k=1}^{N} H_k f_k(x_1, \ldots, x_n)}{\sum_{k=1}^{N} H_k}$$

gdzie H_k dany jest na przykład jako

$$H_k = \mu_{A_1^k}(\bar{x}_1) \cdot \ldots \cdot \mu_{A_n^k}(\bar{x}_n)$$

lub

$$H_k = \min\left(\mu_{A_1^k}(\bar{x}_1), \ldots, \mu_{A_n^k}(\bar{x}_n)\right)$$

- Nie jest potrzebna operacja wyostrzania,

Przykład

Przykład

Aproksymacja funkcji nieliniowej funkcjami liniowymi.