



Wstęp do Sztucznej Inteligencji (WSI)

Jarosław Arabas

Logika rozmyta (fuzzy logic)

Czym jest prawda?

- Właściwość sądów polegająca na ich zgodności z faktycznym stanem rzeczy, których dotyczą
- Słowo „prawda” może być rozumiane trojako:
 - metafizycznie – prawdziwe jest to, co istnieje. Prawda jest zamienna z bytem.
 - teoriopoznawczo – prawda zachodzi wówczas, jeżeli to, co jest w naszym intelekcie, jest zgodne z rzeczywistością.
 - logicznie – wszystko, co wskazuje na prawdę, ukazuje ją, prowadzi do niej.
- Prawda materialna - w języku prawniczym wiedza zgodna ze stanem faktycznym. Przeciwwstawiana jest prawdzie formalnej (proceduralnej), czyli wiedzy opartej na domniemaniach, fikcjach prawnych lub zgodzie stron

Czym jest prawda?

- Konsensualna koncepcja prawdy – prawdziwość jest wynikiem hipotetycznej idealnej dyskusji
- Pragmatyczna teoria prawdy - prawdziwość sądów i pojęć jest wynikiem ich użyteczności
- Góralska teoria prawdy

Rozstrzyganie prawdziwości

- Eksperyment
- Wnioskowanie
- Ankieta

Logika rozmyta – do czego służy

- Wnioskowanie w logice dotyczy pojęć opisanych wartościami logicznymi – prawda/fałsz
- Niektóre pojęcia są zdefiniowane nieostro, np. młody, duży, szybki
- Logika rozmyta pozwala na rozszerzenie wnioskowania na pojęcia nieostre

Przykładowa reguła wnioskowania opisująca zachowanie po zmianie światła z zielonego na żółte:

Jeśli jadę szybko i jestem blisko skrzyżowania to przyspieszam

Niektóre zastosowania

Oprogramowanie metra w Sendai, Japonia

- Siemens – posiada dział “fuzzy logic”
- Silniki MAN 9000kW
- System wentylacji i klimatyzacji HVAC
- Płytki PLC (Programmable Logic Controller) np. Moeller
- Program MASSIVE 3D, użyty m.in. przy produkcji

Władcy Pierścieni

- W motoryzacji: ABS i automatyczne skrzynie biegów
- Windy, Odkurzacze, Kamery
- Wiele zastosowań przemysłowych – głównie w zakresie sterowania

Logika rozmyta – do czego służy

- Typowe zastosowanie – sterowniki
- Inne zastosowanie – modelowanie regresyjne

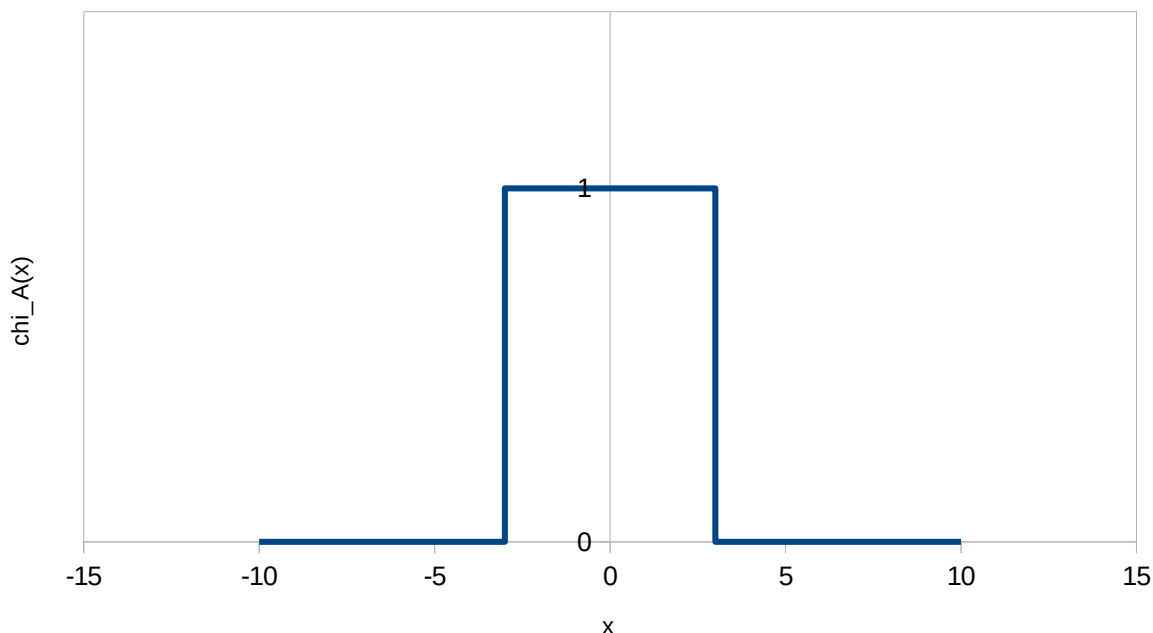
Zbiór i funkcja charakterystyczna

Dane uniwersum U – zbiór wszystkich możliwych wartości, np. zbiór liczb rzeczywistych

- Każdy podzbiór A z tego uniwersum jest określony poprzez funkcję charakterystyczną

$$\forall x \in U \quad \chi_A(x) = 1 \text{ wtw } x \in A$$

$$\forall x \in U \quad \chi_A(x) = 0 \text{ wtw } x \notin A$$

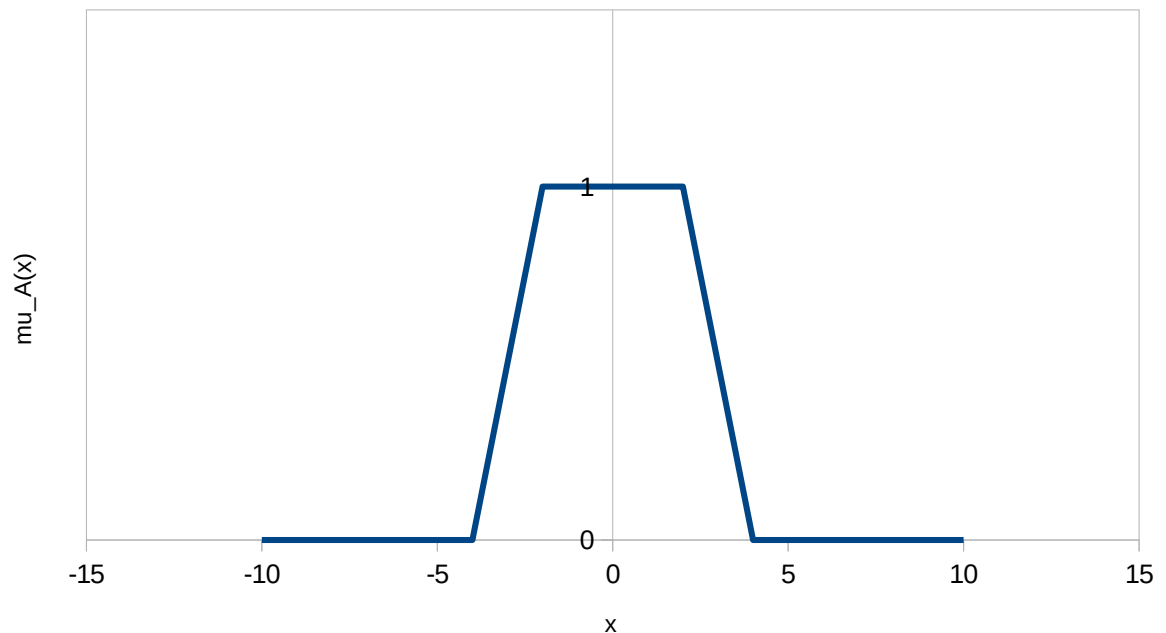


Zbiór rozmyty i funkcja przynależności

Dane uniwersum U – zbiór wszystkich możliwych wartości, np. zbiór liczb rzeczywistych

- Każdy podzbiór rozmyty A z tego uniwersum jest określony poprzez funkcję przynależności

$$\forall x \in U \quad \chi_A(x) \in [0,1]$$

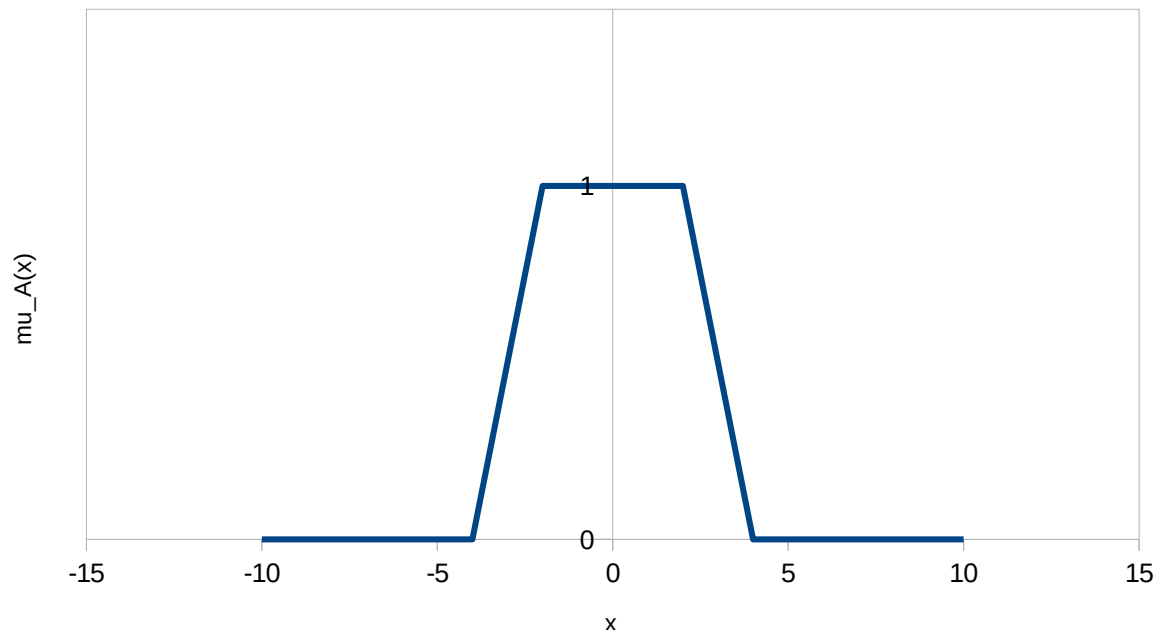


Czym jest zbiór rozmyty?

Możliwe interpretacje zbioru rozmytego:

- stopień subiektywnego przekonania
ekspert lub grupa ekspertów określa f. przynależności
- częstość obserwacji
jak często zachodzi zjawisko

$$\forall x \in U \quad \chi_A(x) \in [0,1]$$

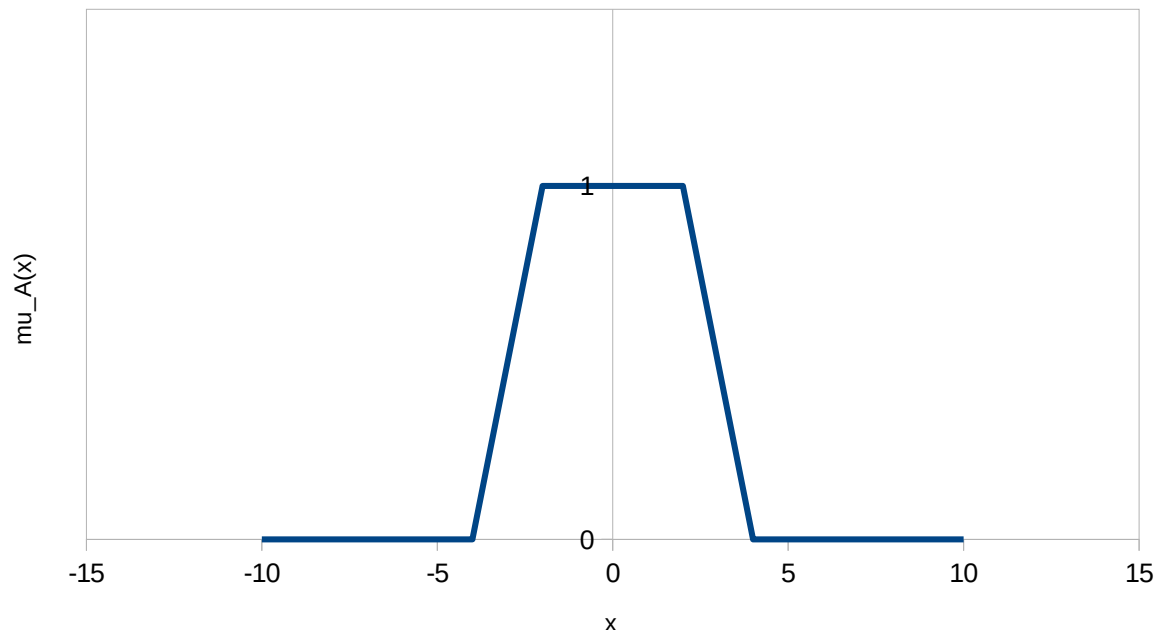


Zbiór rozmyty a logika

Zerwanie jednoznacznej interpretacji funkcji przynależności w kategoriach prawda/fałsz

Możliwe niezerowe wartości funkcji przynależności dla nieostrych pojęć wzajemnie się wykluczających, np. bliski/daleki

$$\forall x \in U \quad \chi_A(x) \in [0,1]$$



Elementy logiki rozmytej

Negacja (dopełnienie zbioru)

$$\mu_{\neg A}(x) = 1 - \mu_A(x)$$

Koniunkcja, alternatywa (T-norma i S-norma)

- Definicja “intuicyjna”

$$\mu_{A \wedge B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

$$\mu_{A \vee B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

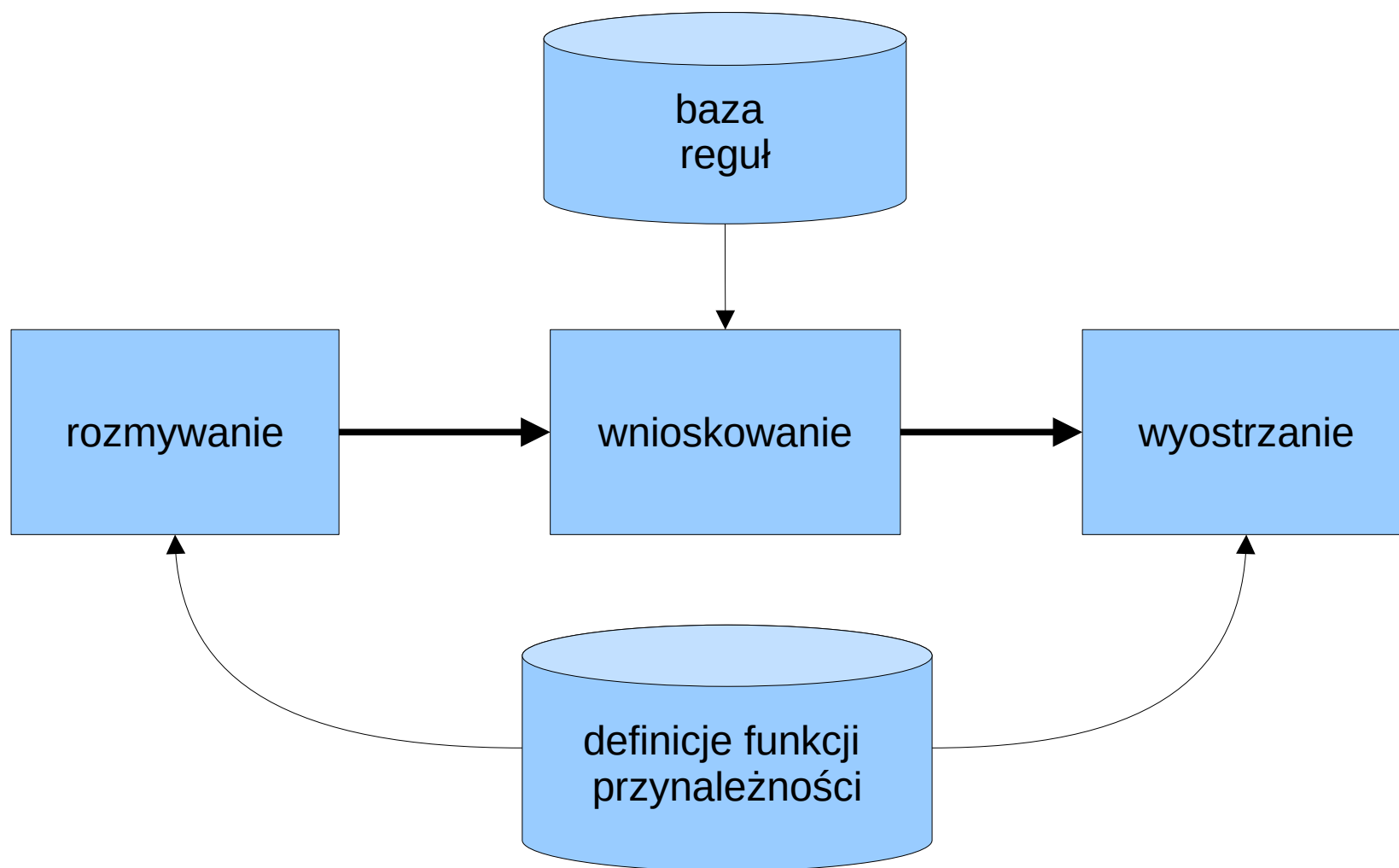
- Jedna z wielu alternatywnych definicji

$$\mu_{A \wedge B}(x) = \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)$$

$$\mu_{A \vee B}(x) = \mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)$$

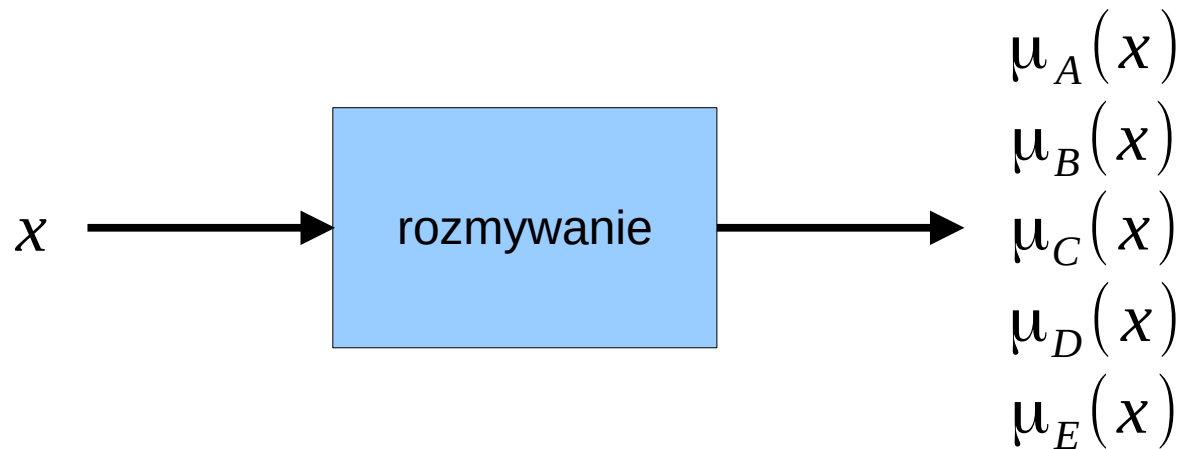
Wnioskowanie w logice rozmytej

Wykorzystanie wnioskowania do liczb



Rozmywanie

Dla każdej wartości podać wartości przynależności do wszystkich zbiorów rozmytych zdefiniowanych nad jej uniwersum



Rozmywanie

Dla każdej wartości podać wartości przynależności do wszystkich zbiorów rozmytych zdefiniowanych nad jej uniwersum

$x = 4$

rozmywanie

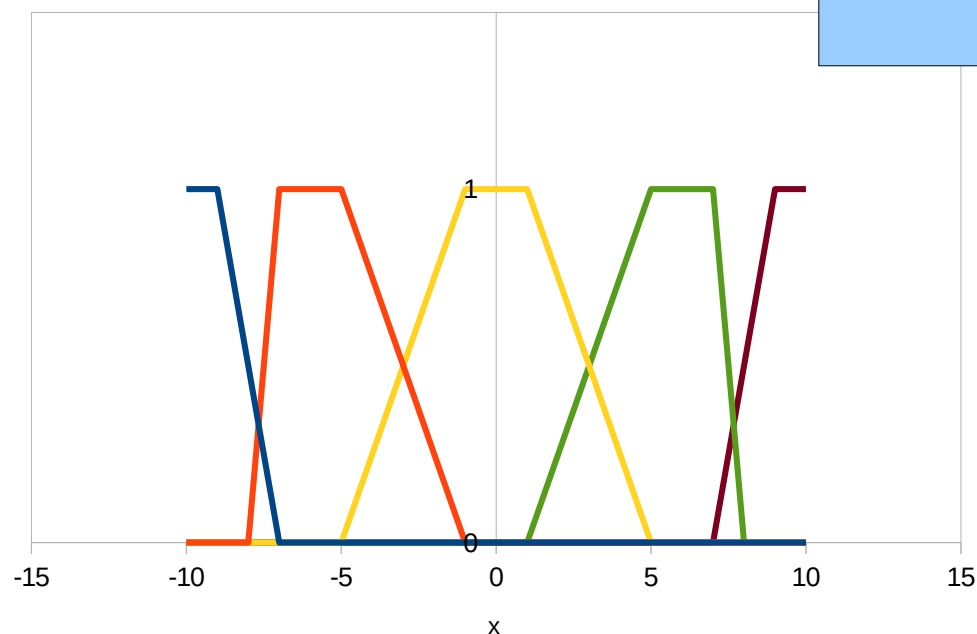
$$\mu_A(x) = 0$$

$$\mu_B(x) = 0$$

$$\mu_C(x) = 0.25$$

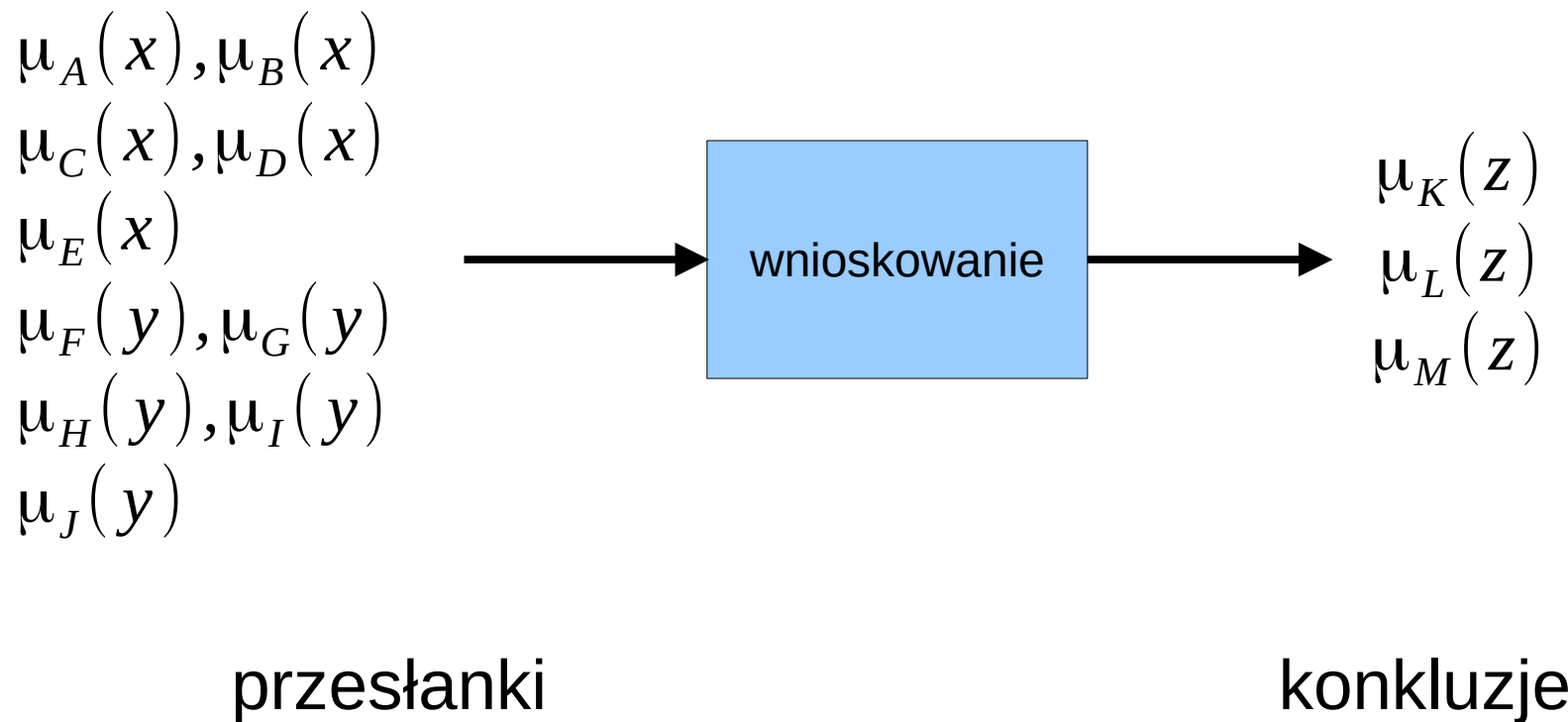
$$\mu_D(x) = 0.75$$

$$\mu_E(x) = 0$$



Wnioskowanie

Na podstawie wartości przynależności do zbiorów reprezentujących pojęcia na wejściu (przesłanki), wyznaczyć wartości przynależności do zbiorów reprezentujących pojęcia na wyjściu (konkluzje)



Wyostczenie

Każdą wartość ustalić na podstawie wartości przynależności do wszystkich zbiorów rozmytych zdefiniowanych nad jej uniwersum



Wynik wyostczania jest określony dość arbitralnie, np.

$$\mu_S(z) = \mu_{S_1 \vee \dots \vee S_k}(z)$$
$$z = \int a \cdot m_S(a) da / \int m_S(a) da$$

Wyostrzanie

Każdą wartość ustalić na podstawie wartości przynależności do wszystkich zbiorów rozmytych zdefiniowanych nad jej uniwersum

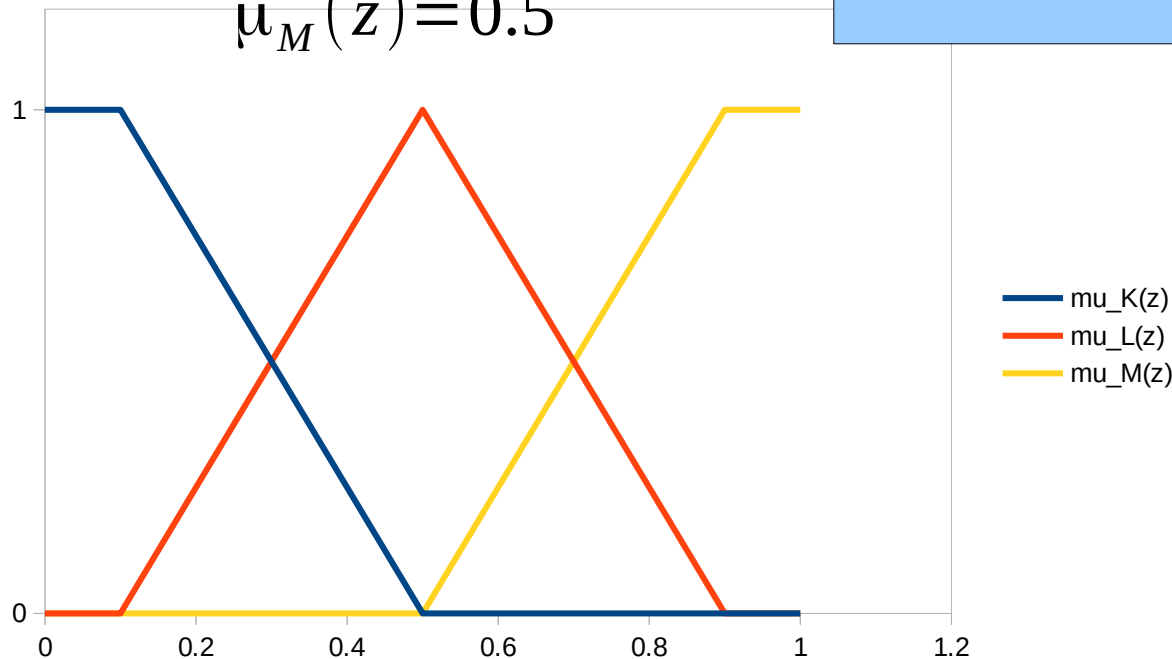
$$\mu_K(z) = 0.3$$

$$\mu_L(z) = 0.1$$

$$\mu_M(z) = 0.5$$

wyostrzanie

z



Wyostrzanie

Każdą wartość ustalić na podstawie wartości przynależności do wszystkich zbiorów rozmytych zdefiniowanych nad jej uniwersum

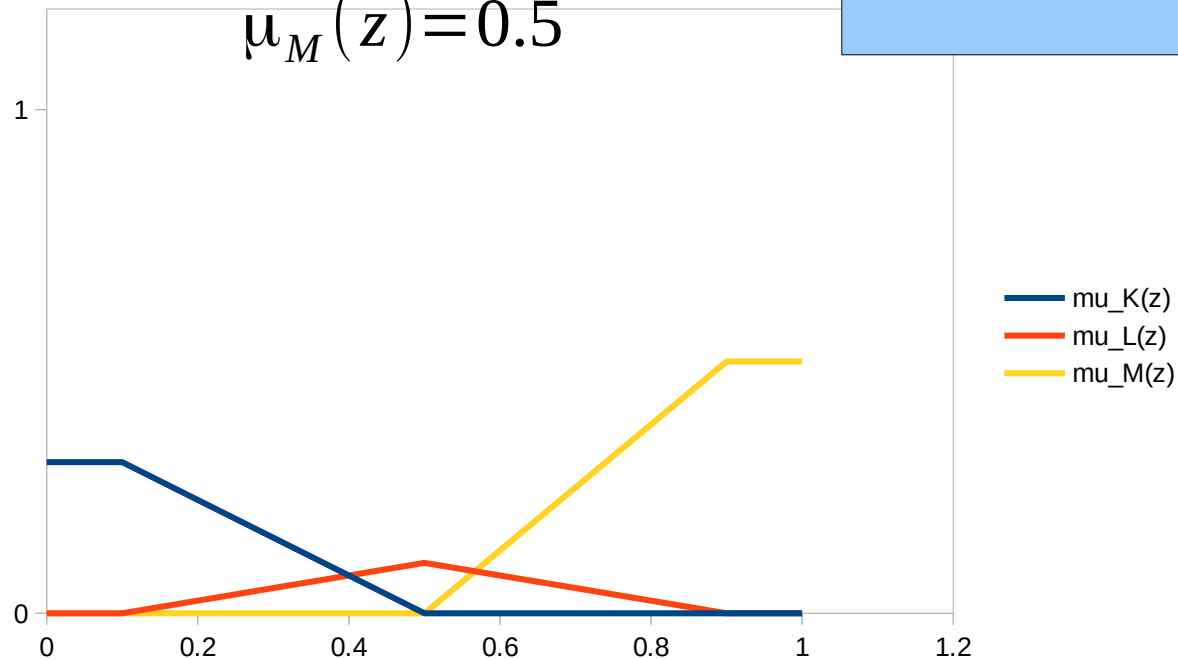
$$\mu_K(z) = 0.3$$

$$\mu_L(z) = 0.1$$

$$\mu_M(z) = 0.5$$

wyostrzanie

$$z = 0.68$$



Przykład

- Samochód dojeżdża do skrzyżowanie, a światło zmienia się na żółte. Czy należy przyspieszyć, czy zwolnić?



Przykład

Dwa czynniki wpływające na decyzję:

Szybkość {mała, średnia, duża}

Odległość {mała, średnia, duża}

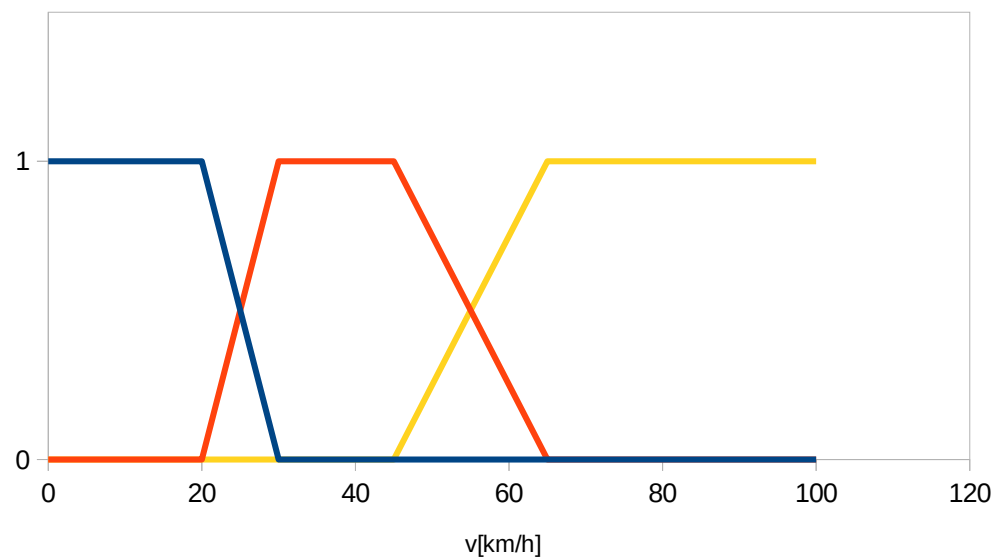
Przyspieszenie {hamuj, stała prędkość, przyspiesz}

Baza reguł:

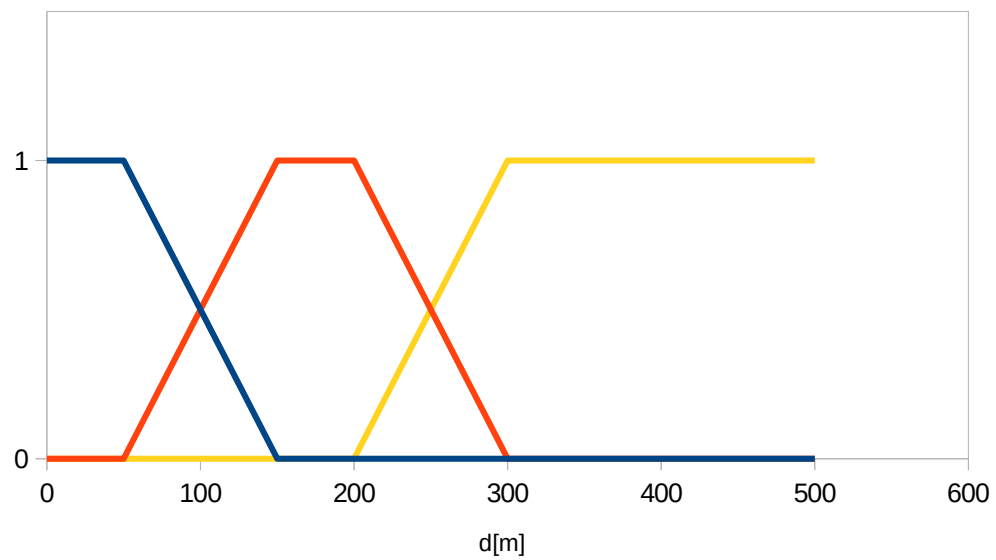
szybkość	odległość	przyspieszenie
mała	mała	hamuj
mała	średnia	hamuj
mała	duża	stała prędkość
średnia	mała	hamuj
średnia	średnia	hamuj
średnia	duża	przyspiesz
duża	mała	przyspiesz
duża	średnia	stała prędkość
duża	duża	hamuj

Przykład

prędkość

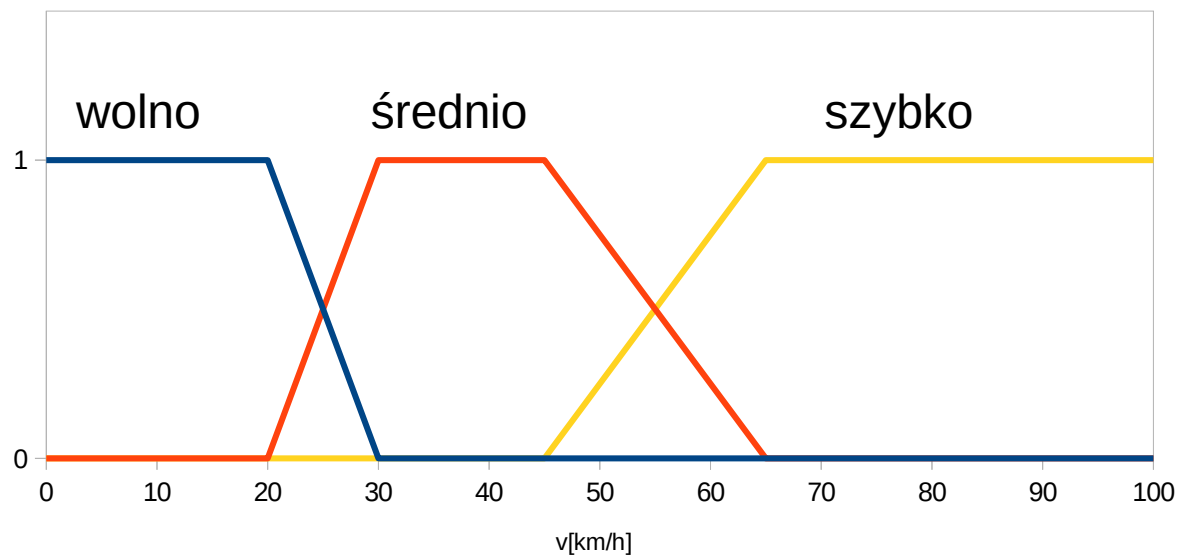


odleglosc

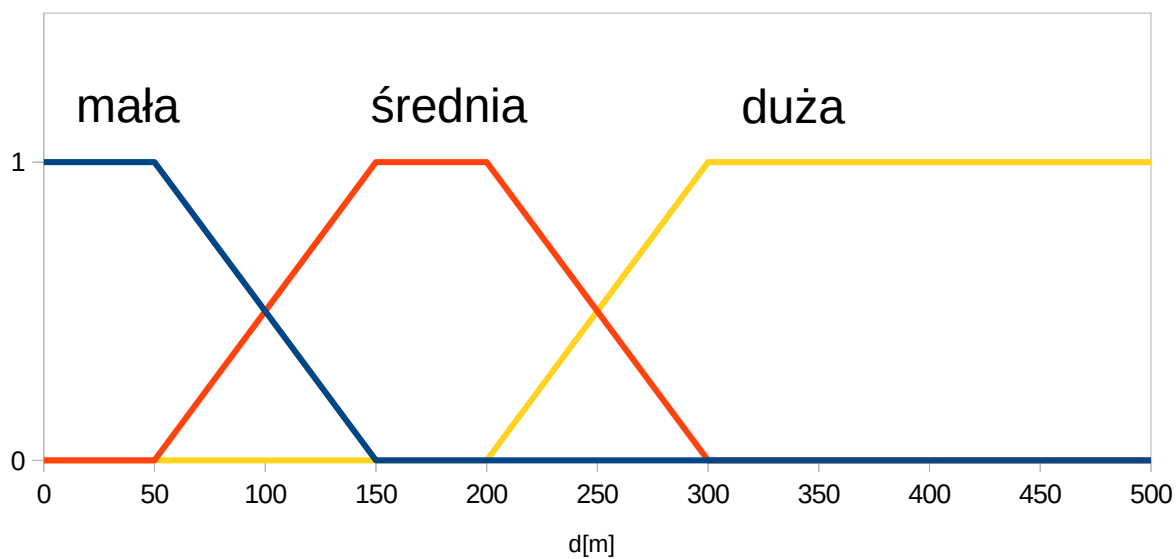


Przykład

prędkość

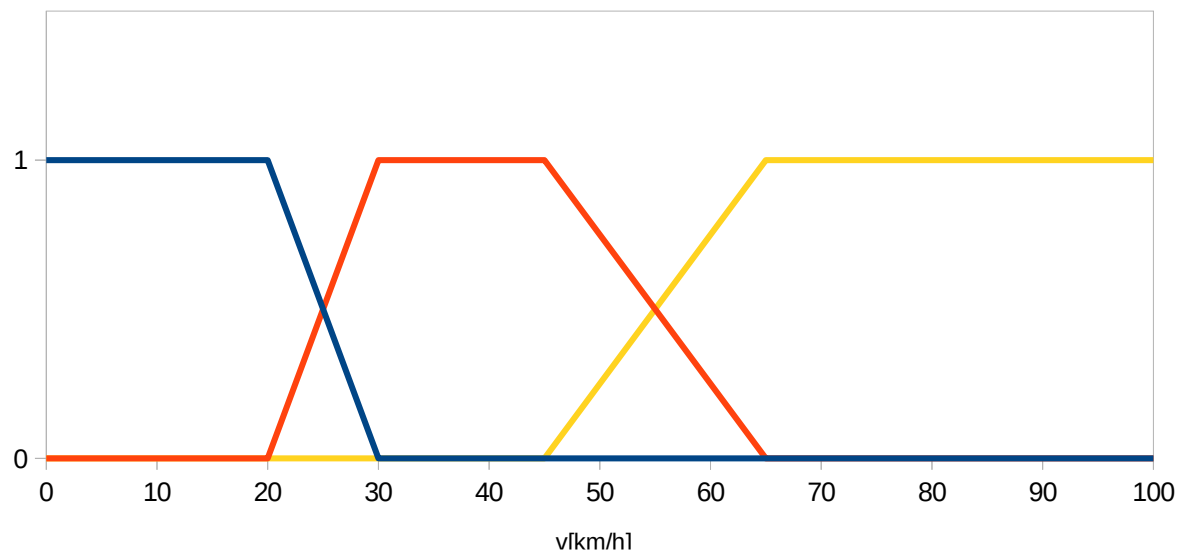


odleglosc

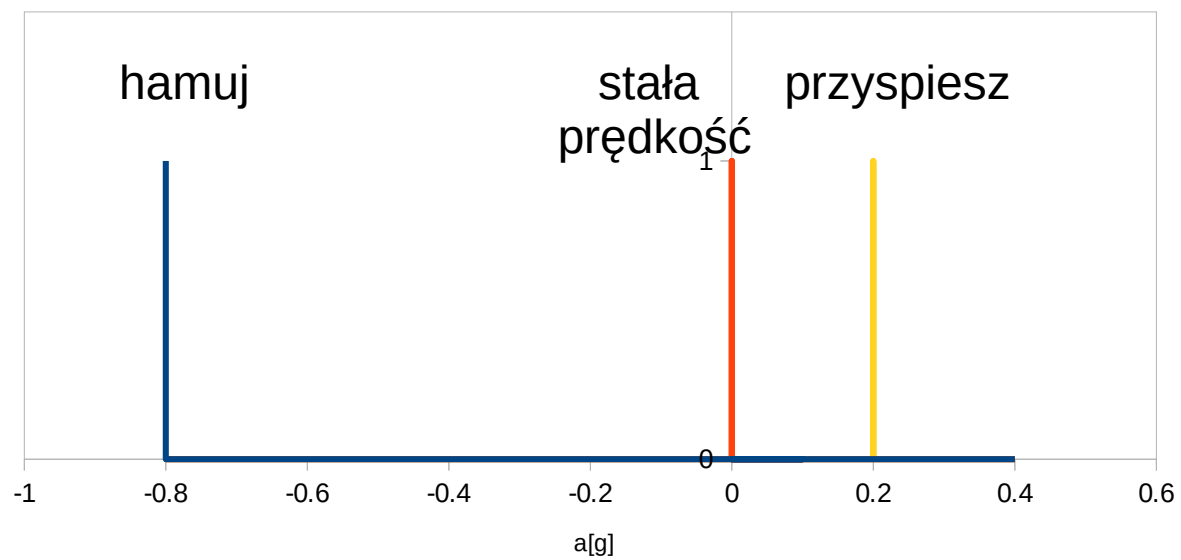


Przykład

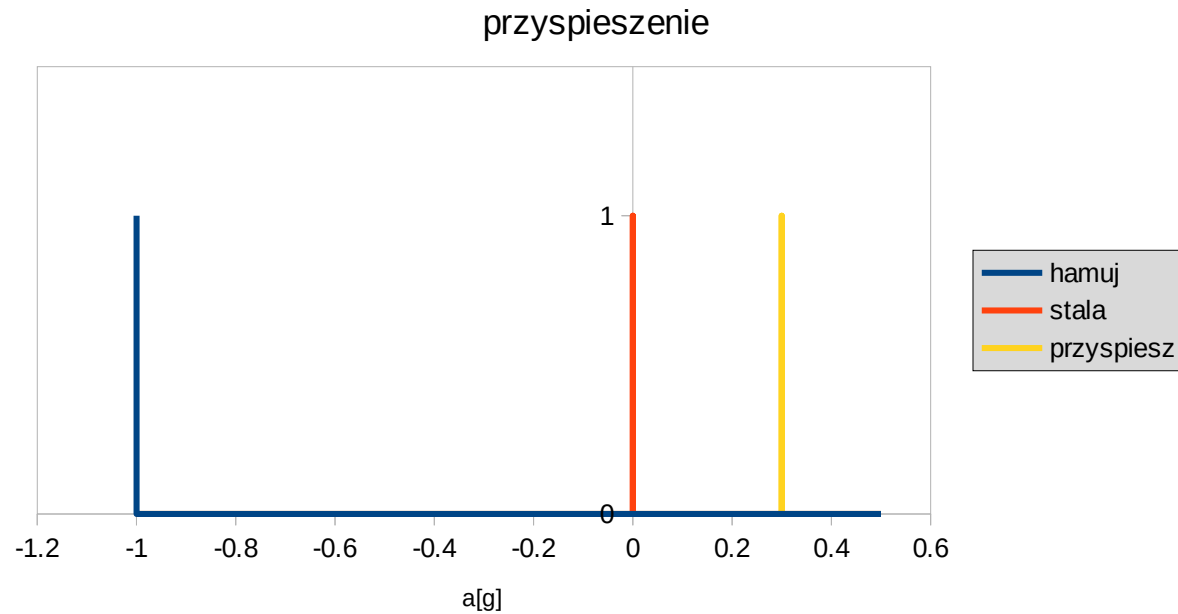
prędkość



przyspieszenie



Przykład



Funkcje przynależności zbiorów, zwanych singletonami.
Bardzo ułatwia wyostrzanie

Takagi-Sugeno

Przykład

Samochód nadjeżdża z szybkością $v=50$ km/h i jest w odległości $d=250$ m. Światło zmienia się na żółte. Jak się zachowa regulator?

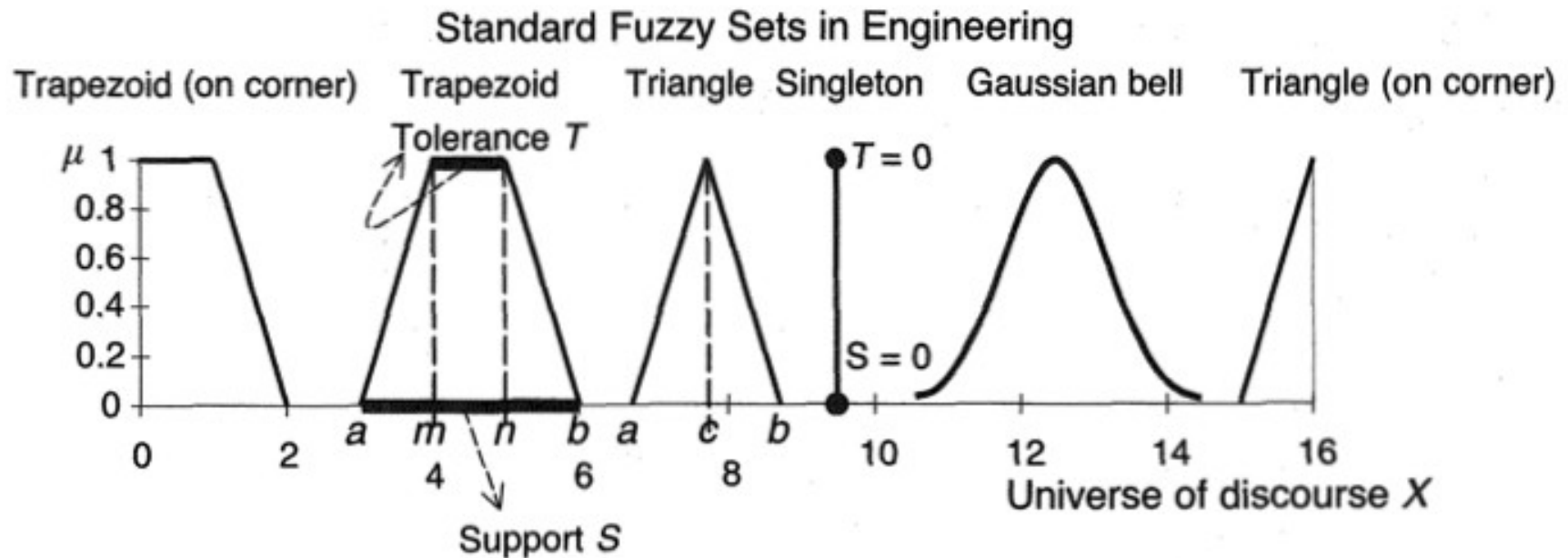
szybkość	mu	odległość	mu	przyspieszenie	mu
mała	0	mała	0	hamuj	0
mała	0	średnia	0,5	hamuj	0
mała	0	duża	0,5	stała prędkość	0
średnia	0,75	mała	0	hamuj	0
średnia	0,75	średnia	0,5	hamuj	0,5
średnia	0,75	duża	0,5	przyspiesz	0,5
duża	0,25	mała	0	przyspiesz	0
duża	0,25	średnia	0,5	stała prędkość	0,25
duża	0,25	duża	0,5	hamuj	0,25

przyspieszenie	mu
hamuj	0,5
stała prędkość	0,25
przyspiesz	0,5

$$a = (0.5 \cdot (-1) + 0.25 \cdot 0 + 0.5 \cdot 0.3) / (0.5 + 0.25 + 0.5)$$

$$a = -0.28 \text{ g}$$

Różne kształty funkcji przynależności



V.Kecman, Learning and Soft Computing, MIT Press

Różne S-normy i T-normy

AND T-Norm $T(\mu_A(x), \mu_B(x))$	OR S-Norm $S(\mu_A(x), \mu_B(x))$
Minimum $\text{MIN}(\mu_A(x), \mu_B(x))$	Maximum $\text{MAX}(\mu_A(x), \mu_B(x))$
Algebraic product $\mu_A(x)\mu_B(x)$	Algebraic sum $\mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x)\mu_B(x)$
Drastic product $\text{MIN}(\mu_A(x), \mu_B(x))$ if $\text{MAX}(\mu_A(x), \mu_B(x)) = 1$ 0 otherwise	Drastic sum $\text{MAX}(\mu_A(x), \mu_B(x))$ if $\text{MIN}(\mu_A(x), \mu_B(x)) = 0$ 1 otherwise
Lukasiewicz AND (Bounded Difference) $\text{MAX}(0, \mu_A(x) + \mu_B(x) - 1)$	Lukasiewicz OR (Bounded Sum) $\text{MIN}(1, \mu_A(x) + \mu_B(x))$
Einstein product $\mu_A(x)\mu_B(x)/(2 - (\mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x)\mu_B(x)))$	Einstein sum $(\mu_A(x) + \mu_B(x))/(1 + \mu_A(x)\mu_B(x))$
Hamacher product $\mu_A(x)\mu_B(x)/(\mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x)\mu_B(x))$	Hamacher sum $(\mu_A(x) + \mu_B(x) - 2\mu_A(x)\mu_B(x))/(1 - \mu_A(x)\mu_B(x))$
Yager operator $1 - \text{MIN}(1, ((1 - \mu_A(x))^b + (1 - \mu_B(x))^b)^{1/b})$	Yager operator $\text{MIN}(1, (\mu_A(x)^b + \mu_B(x)^b)^{1/b})$

Jak budować system rozmyty

- Projektowaniu podlegają:
 - Klasy funkcji przynależności,
 - Wybór s-normy i t-normy
 - Wybór sposobu wyostrzania
- Strojeniu podlegają
 - Liczba zbiorów rozmytych
 - Parametry funkcji przynależności
 - Reguły
- Budowa systemu rozmytego jest budową funkcji regresji